C 823 Jr
no. 37

JULIO 1974 Nº 37

The Library of the
JAN 7 - 1975
University of Illinois
at Urbana-Champaign

REVISTA DE LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

CIUDAD UNIVERSITARIA
COSTA RICA

REVISTA DE LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
fundada en 1945
LETRAS CIENCIAS ARTES TECNICAS EDUCACION
I Semestre 1974 Ciudad Universitaria "Rodrigo Facio"
Costa Rica No. 37

Secretario de Redacción: *Prof. Isaac Felipe Azofeifa*

Administración: *Lic. Efraim Rojas, Director de la Biblioteca Universitaria*

Correspondencia y Canje dirigirlos a
BIBLIOTECA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
CIUDAD UNIVERSITARIA
"RODRIGO FACIO"
COSTA RICA, A.C.

REVISTA DE LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

JULIO 1974 No. 37

INDICE

Pág Nº

Humanismo y Ciencia. Ensayo Histórico–Filosófico. *Dr. Arnoldo Mora Rodríguez* 3

John Stuart y los Derechos del Individuo. *Jorge Rovira Mas* 9

Asma Psicológica. *Dr. Alfredo Carmona* 19

¿En qué sentido existe Comunicación entre el Hombre y el Animal Domesticado? *Armand Frenkel Berger* 39

La Estructura Interna de "El Arbol de los Pañuelos" y sus Niveles Temporales (Novela de Julio Escoto, hondureño). *Licda. Virginia de Fonseca* 51

Gramática de Transformaciones. *Dr. Jack L. Wilson–Licda. Elsa Orozco* 65

El Método de la Teoría de la Elasticidad. *Rodolfo Herrera Jiménez* 85

La Taxonomía Numérica en las Ciencias Geológicas: Análisis y Búsqueda de Grupos. *Rolando Castillo M. Ph. D.* 91

Una evaluación del Aprendizaje de algunos Conceptos Matemáticos Básicos impartidos en la Escuela Primaria Costarricense. *Víctor Buján Delgado* 109

UNA EVALUACION DEL APRENDIZAJE DE ALGUNOS CONCEPTOS MATEMATICOS BASICOS IMPARTIDOS EN LA ESCUELA PRIMARIA COSTARRICENSE

Nomenclatura 5

Introducción 7

Capítulo I. Presentación del Problema 9

Capítulo II. Literatura Disponible 15
Capítulo III. Diseño de la Tesis 19
Capítulo IV. Metodología y Procedimientos 33
Capítulo V. Resultados 37
Capítulo VI. Conclusiones, Recomendaciones y Resumen 109
Apéndices 119
Bibliografía 125

LISTA DE CUADROS

CUADRO Nº1: Composición del Conjunto de Alumnos de Primer Año Investigados según Liceo de origen 22
CUADRO Nº 2: Composición del Conjunto de Estudiantes de Escuelas Normales Investigadas, según institución de origen 23
CUADRO Nº 3: Alumnos de Primer Año de Educación Media según Zona de la Escuela de Procedencia, en la Muestra y en todo el País 24
CUADRO Nº 4: Escuelas de Indice de Incomodidad Cero en la Muestra y en todo el País 25
CUADRO Nº 5: Escuelas de Indice de Insalubridad Cero en la Muestra en todo el País 27
CUADRO Nº 6: "Escuelas Grandes" en la Muestra y en todo el País 29
CUADRO Nº 7: Comparación entre las Escuelas que Figuran en la Muestra y las Escuelas en todo el País 30
CUADRO Nº 8: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 01 38
CUADRO Nº 9: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 02 39
CUADRO Nº10: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 03 40
CUADRO Nº11: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 04 41
CUADRO Nº12: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 05 42
CUADRO Nº13: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 06 43
CUADRO Nº14: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 07 44
CUADRO Nº15: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 08 45
CUADRO Nº16: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo 09 46
CUADRO Nº17: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo P1 47
CUADRO Nº18: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo P2 48
CUADRO Nº19: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo P3 49
CUADRO Nº20: Respuestas Correctas por Pregunta, en el Liceo P4 50
CUADRO Nº21: Respuestas Correctas por Pregunta, en la Escuela Normal

	Nº 1	51
CUADRO Nº22:	Respuestas Correctas por Pregunta, en la Escuela Normal Nº 2	52
CUADRO Nº23:	Respuestas Correctas por Pregunta, en la Escuela Normal Nº 3	53
CUADRO Nº24:	Respuestas Correctas por Pregunta, en el Grupo "TO"	54
CUADRO Nº25:	Respuestas Correctas por Pregunta, en el Grupo "TP"	55
CUADRO Nº26:	Respuestas Correctas por Pregunta, en el Grupo "TL"	56
CUADRO Nº27:	Respuestas Correctas por Pregunta, en el Grupo "TN"	57
CUADRO Nº28:	Respuestas Correctas por Pregunta, en el Grupo "LN"	58
CUADRO Nº29:	Distribución de los estudiantes de los grupos "TO" y "TP" según el número de Respuestas Correctas	99
CUADRO Nº30:	Distribución de los estudiantes de los grupos "TL" y "TN" según el número de Respuestas Correctas	100
CUADRO Nº31:	Medidas de tendencia Central: Media, Mediana y Moda, en cada una de las Instituciones Investigadas, y en los grupos "TO"; "TP", "TN" y "LN"	105
CUADRO Nº32:	Datos necesarios para el Análisis Estadístico de las Diferencias de Rendimiento entre los Grupos "TO", "TP", "TL", "TN" y "LN"	106
CUADRO Nº33:	Respuestas Correctas por Pregunta en el Liceo P1 en los años 1963, 1969 y 1970	107
CUADRO Nº34:	Rango del Liceo P1 entre los Liceos de todo el país, en cuanto al Rendimiento Académico y según la "Nota de Admisión" a la Universidad de Costa Rica	108
CUADRO Nº35:	Costo del Estudiante de Escuela Primaria Costarricense en los años: 1955, 1960 y 1970	112

HUMANISMO Y CIENCIA

Ensayo Histórico–Filosófico

Dr. Arnoldo Mora Rodríguez *

Introducción:

Hace cerca de un millón setecientos cincuenta mil años en el centro de Africa, en lo que hoy constituye Kenia y Transvaal, comezó, según la antropología, esa extraordinaria aventura que llaman la humanidad. La génesis de la humanidad, que hoy día se considera estar en Africa, es al mismo tiempo el nacimiento del más grandioso y más extraordinario proyecto, ideal o sueño forjado en el universo entero: el hombre. Pero el hombre no se nos ha dado siempre tal como es hoy. El hombre es un ser histórico incluso en su misma condición humana. Su misma condición de hombre ha ido evolucionado paulatinamente y podemos distinguir tres grandes etapas en ese proceso de hominización. El primer momento en el cual el hombre descubre su especificidad su condición de tal, es cuando estos primeros antropoides aprenden el uso de objetos con fines utilitarios. El *homo utilis* es aquel cuya inteligencia radica fundamentalmente en emplear los objetos que están a su alrededor con fines utilitarios. es decir. con el fin de poder comer, defenderse o guarecerse mejor. El segundo paso, el del *homo faber*, estriba en que no solamente el homínido usa objetos que están a su alrededor sino que su inteligencia va más lejos: es capaz de construir, es capaz de manipular, de emplear sus manos con el fin de crear por sí mismo instrumentos. herramientas o utensilios que le permitan la realización de dichos fines utilitarios. De esta manera, el hombre no solamente usa lo que está delante de él, sino que comienza a construir. Y finalmente, cuando el hombre es capaz de pensar simbólicamente, cuando es capaz de recrear de cierta manera a partir de sí mismo y dentro de sí mismo la totalidad del Universo, cuando por primera vez su razón le permite de tal manera distanciarse del Universo que le hace capaz de forjar y concebir la más extraordinaria, la más audaz de las aventuras, cual es la posibilidad de recrear de cierta manera la totalidad del Universo a partir de sí mismo, surge lo que llamamos el *homo sapiens. El homo sapiens,* es aquel que ha tomado conciencia de sí mismo como un proyecto autorrealizador: mediante el pensar, como una posibilidad de concebir el universo, mediante una libertad como posibilidad de transformarlo y mediante una imaginación, como posibilidad de gozarlo y de recrearlo en el doble sentido de rehacer las cosas y de regocijarse en las cosas hechas. El hombre como razón, como libertad y como imaginación, el hombre como autoconciencia, como proyecto de autorealización a través de una razón que ordena, a través de una libertad que crea y a través de una imaginación

* Director del Departamento de Filosofía. Universidad de Costa Rica

que goza y que disfruta, surgió por primera vez en la historia del Universo. Y así, se hizo posible lo que llamamos ciencia.

La ciencia. por consiguiente, es la posibilidad de efectuar este proyecto total de realización del hombre mismo como razón, como libertad y como imaginación mediante un proceso histórico, es decir, mediante una etapa que se da a través de largos períodos de tiempo. Podríamos distinguir de esta manera, una prehistoria de la ciencia y una realización o una etapa de la ciencia propiamente dicha.

Prehistoria de la ciencia:

La prehistoria de la ciencia tiene dos focos: Grecia y el Judeo–cristianismo. La prehistoria de la ciencia es el forjar el ideal científico, pero, al mismo tiempo, el carecer de medios para realizarlo, o sea, es el forjar el ideal humanista, el ideal de la plenitud de realización del hombre, sin por ello dar o poseer o descubrir el instrumental racional y técnico necesario para llevar a cabo este proyecto. Por eso, la prehistoria de la ciencia permanece solamente como la intuición, como el ideal, como el sueño, como el proyecto que no deja de ser proyecto. En Grecia, precisamente, nace el logos, es decir, el hombre por primera vez adquiere conciencia de su condición de ser plenamente autoconsciente. La autoconciencia de sí mismo, la capacidad reflexiva medio de realizar la plena realización del hombre, es el gran descubrimiento de la civilización griega. Esto lo llamaban los griegos el logos. El logos es al mismo tiempo palabra y pensamiento, es discurso coherente, es coherencia discursiva, es por igual intuición y deducción, abstracción y cultura, ciencia y política. Grecia es la que descubre que el hombre se distingue o se separa de la naturaleza, pero es al mismo tiempo incapaz de dominarla. Por eso el griego, al mismo tiempo que es la infancia del pensamiento occidental, es una civilización profundamente trágica. Ha tomado clara conciencia de la autonomía del hombre, pero esta misma conciencia le es tremendamente desgarradora. El hombre griego se retrata, por excelencia, en el mito de Edipo, que entre más conoce más ciego se vuelve, porque entre más conciencia tiene de sí mismo, más incapaz se reconoce de poder realizar aquello que forja su mente. El fracaso de Grecia, estriba fundamentalmente en ese sentido trágico de un hombre que se ha descubierto como distinto y diferente de la naturaleza, pero al mismo tiempo, como incapaz de dominar y, por ende, su rebeldía no pasa de ser el grito de un desesperado. Tal es el sentido del humanismo y de la tragedia griega.

Por otro lado, y procediendo de una tradición muy diferente, el judeo–cristianismo es el descubrimiento del hombre como exigencia de justicia y como vocación de amor. Es decir, el hombre se descubre fundamentalmente como un proyecto histórico, como la capacidad de realizarse en su condición de hombre en medio de los hombres. La exigencia de justicia como el conocimiento de parte del hombre respecto de toda la humanidad en su condición de universalidad, y la vocación e invitación al amor como plena realización de la persona como absoluto del Universo, es el humanismo que se desprende de la tradición bíblica; pero también es imposible de ser realizado en este momento. El cristianismo concibe, solamente un horizonte escatológico, mediante el cual se pueda llevar a cabo este ideal de una humanidad universal en su justicia y personalizante en su amor.

La humanidad, en este período que hemos llamado prehistoria de la ciencia, en este período precientífico, ha tomado conciencia de la que debe ser el hombre, pero este hombre sigue siendo ideal, este hombre sigue siendo proyecto, sigue siendo solamente horizonte y sueño, porque el hombre carece de los medios para llevarlo a cabo. Es a partir de la creación del método científico que este sueño humanista de racionalidad plena forjada por los griegos y de justicia y de amor forjado por la tradición bíblica, que llega a ser posible. La ciencia no es la expresión del humanismo, sino el instrumental mediante el cual el proyecto humanista, forjado por griegos y judeo–cristianos, llega a ser posible y llega a ser realizado. La ciencia es el paulatino descubrimiento de los medios o

potencialidades que el hombre tiene para hacer realidad lo que hasta entonces solo había sido sueño y posibilidad, para convertir en concreto lo que solamente había sido hasta entonces proyecto y ambición.

Edad científica:

Podríamos distinguir, en lo que hemos llamado la edad científica de la humanidad, dos grandes períodos: el período metafísico y el período objetivo–positivista. El período metafísico es el descubrimiento de la total autonomía de la razón: la razón que toma conciencia de su propia posibilidad, la razón que se afirma así misma, la razón que descubre su propia potencialidad creadora, la razón que se descubre como fuente, y por ende, como autonomía y como autoafirmación. Esto se da a partir de la segunda mitad del siglo XII hasta el siglo XVII es decir, a partir de la introducción de la metafísica de Aristóteles en el medioevo cristiano. La introducción de la metafísica de Aristóteles es el descubrimiento, por parte de la civilización occidental, después del largo período de la alta Edad Media, de la total autonomía de la razón. Surgen así, mediante los grandes sistemas metafísicos creados por el medioevo, de manera particular por el siglo XIII, las grandes categorías universales del pensar puro. Se forja, en forma a priori el ámbito del proyecto racional de lo humano; el hombre descubre o fija, por decirlo así, el espacio dentro del cual puede realizar la aventura de su propio humanismo, o sea, la constitución de un horizonte de racionalidad que determina de esta manera el espacio o la espacialidad de lo específicamente humano. Los grandes sistemas metafísicos de la Edad Media determinan, por consiguiente, las condiciones de racionalidad que hace factible y posible la realización del proyecto, la realización del sueño de una humanidad plenamente autónoma, de un hombre plenamente consciente y, por ende, plenamente libre y creativo. Pero esto solamente se da a nivel a priori, es decir, se da a nivel de las grandes categorías metafísicas. El hombre, sin embargo, con los grandes sistemas medievales ha descubierto la total autonomía de la razón; la razón ha llegado a una edad adulta.

A partir de finales del siglo XVI, concremente a partir del hombre más distinguido del Renacimiento Italiano, Galileo Galilei, surge un nuevo período en la historia de la ciencia: el período que he llamado objetivo–positivista. Es decir, donde surge como criterio de verdad no tanto la racionalidad pura que impera en el proyecto metafísico, sino la verificabilidad objetiva y su formalización o formulación mediante principios o categorías abstractas. En este período, que es el período propiamente científico, podemos distinguir igualmente 3 grandes etapas. La primera etapa, cuya formulación primera metodológica es Galileo y cuya formulación universal filosófica es Descartes, da prioridad absoluta al pensar matemático. Pensar matemáticamente es pensar desde el punto de vista de lo necesario. El pensamiento matemático es concebido por Galileo y Descartes como la posibilidad más allá de la cual todo se da como impensable y, por ende, como imposible. El ámbito del pensar se reduce a la matematización de manera particular a la geometrización del espacio. La subordinación de la ciencia se concibe fundamentalmente como matemática. La ciencia es fundamentalmente la formalización o la reducción a la fórmula geométrica de las observaciones de naturaleza o de carácter experimental. El Universo tiene así un carácter estático; el saber positivo es un saber puramente espectáculo que se contempla y que se describe y no un proyecto que se realiza y se transforma. Se da, sin embargo, la autonomía del Universo. El mundo, la materia, de cierta manera, adquieren una plena consistencia mediante el principio de la inercia, base y fundamento de toda la concepción de la filosófica natural de aquella época, mediante la cual se llega a la conclusión de lo que hoy en día llamamos la constancia de las leyes de la naturaleza. El principio de objetividad como principio de objetividad como principio científico por excelencia, estriba fundamentalmente en afirmar la constancia de los fenómenos o de los procesos del Universo, es decir, su permanencia y su independencia

respecto del hombre. La autonomía del mundo se da a partir del método Galileo–cartesiano, como la autonomía de la razón se había dado a partir de los grandes sistemas metafísicos, del medioevo. Un nuevo progreso, pues, un nuevo avance del conocimiento científico, una nueva etapa que se había realizado en la posibilidad de realizar el sueño humanista de un hombre como razón plena, como libertad creadora, como imaginación dionisíaca, forjada por la antigüedad griega y judeo–cristiana. Subordinación total, por consiguiente, de la ciencia al saber matemático, absolutización de las matemáticas, prioridad absoluta del saber, sobre todo geométrico.

Tal concepción, a partir de Newton y Leibniz, entra en profunda crisis. Las matemáticas, a partir de la creación o invención del cálculo infinitesimal por Newton y Leibniz, dejar de ser la ciencia de lo absolutamente necesario, de la posibilidad necesaria, para convertirse en el cálculo de probabilidades. El pensamiento matemático no es pensar lo necesario, sino pensar lo probable, porque el hombre no está en la posición de saberlo todo; la posición del hombre siempre es una posición reducida, siempre es una posición fragmentaria; el hombre solamente puede calcular; no puede abarcar por el pensamiento racional la totalidad de los fenómenos del Universo. Newton es el que, de manera particular, logra forjar un paradigma científico, logra forjar una ciencia que permite realizar esa transformación, realizar ese cambio de la prioridad absoluta de la física sobre la matemática. Ya no es la matemática la ciencia perfecta como en el tiempo de Galileo y Descartes, sino la física concebida como mecánica. Gracias al principio universal de gravitación, Newton logra establecer un principio general del saber físico, que permite concebir al Universo en su totalidad, desde un punto de vista propiamente físico. El pensar matemático, insisto, se convierte en probabilidad, pierde su carácter de necesidad y la razón misma no adquiere un carácter de determinación absoluta y dogmática, sino un carácter funcional u operacional, gracias a la crítica de Kant. Gracias a la crítica kantiana, por consiguiente, tenemos igualmente una subordinación de las categorías del pensamiento puro al determinismo de las leyes de la física, o a las posibilidades del mundo de la fenomenalidad; subordinación de las matemáticas a la física que desemboca de manera particular en un nuevo gran capítulo de la ciencia que no es ya la mecánica, como en tiempos de Galileo y Descartes, sino la termodinámica, con la definición del Universo no como materia sino como energía, significa el triunfo definitivo de la física como la ciencia por antonomasia, como la ciencia privilegiada, como el modelo de toda ciencia y no ya las matemáticas.

Finalmente, el tercero y último período, es el de Einstein–Plank, en que los mismos esquemas de la termodinámica entran en profunda crisis. En primer lugar, las matemáticas que se mantenían como cálculo de probabilidades, que se mantenían como un saber de lo probable, también entran en una profunda crisis. A partir de la crítica radical que se hace a la primera de la ciencias matemáticas que se dio en una forma sistemática y en una forma de cuerpo ordenado; la geometría, que se realiza a principios del siglos XIX, ésta llega a concebirse no en una forma dogmática, como se concebía con Euclídes, sino puramente funcional. El carácter de infinitud de las posibilidades matemáticas reduce las matemáticas solamente a su carácter de constructividad, a su carácter de creación de sistemas que permiten establecer la operacionalidad de los fenómenos que se observan, hasta llegar a finales del siglo pasado y principios del siglo presente, con el intuicionismo de De Brouwer, con el idealismo de Hilbert y, sobre todo, con el atomismo lógico y el método analítico, a una concepción totalmente axiomática de las matemáticas. El carácter, pues, estrictamente funcional de las matemáticas, se revela a partir de este momento total y enteramente subordinado al pensar del hombre o al carácter operacional de las actividades humanas.

De la misma manera se da una crisis en el pensamiento de la física. A partir de la crítica de la física corpuscular de Newton, llevada a cabo por Fresnel, que llega a su máxima expresión con las célebres fórmulas algebraicas de Maxwell, la física misma pierde

su carácter de absolutez y se convierte en un esquema provisional y siempre perfectible, adquiriendo el mismo carácter operacional que hemos visto se daba en las matemáticas, hasta llegar finalmente a Einstein y Plank, en que el Universo físico todo entero pierde su carácter de rigidez para convertirse en una concepción relativa y al mismo tiempo indeterminada de los fenómenos del Universo. Surge de esta manera una nueva interpretación de la ciencia, una nueva interpretación del método científico, que es una concepción cibernética de la ciencia. La ciencia, en esta última etapa, se convierte simplemente en un método de información. Es su carácter informativo, su naturaleza informativa, la posibilidad de crear nuevas informaciones, la posibilidad de crear nuevas combinaciones, lo que caracteriza a la ciencia contemporánea. El carácter estructural–operacional llega a su máxima expresión mediante un proceso de mayor humanización de la ciencia que la hace, en última instancia, solamente un método de información. Tal es lo que a grandes rasgos, desde el siglo XVII, podemos decir constituyen las grandes etapas del proceso científico.

Veamos, desde el punto de vista del proyecto humanista que hemos visto forjado en la humanidad antigua, en lo que hemos llamado el período precientífico, cómo y de qué manera se realiza. En la primera etapa, como hemos visto, en la etapa metafísica, lo que se da de manera particular es la plena autonomía de la conciencia, que llega a su edad adulta; llamar adulto a alguien es considerarlo consciente de sus posibilidades, pero también consciente de sus limitaciones. Es la posibilidad, por consiguiente, del ámbito de lo puramente pensable, o sea, la posibilidad o el proyecto de la razón puramente pensante o de la razón a priori, lo que aquí se establece. Con el período de Galileo, como decía nates, se establece el dominio del hombre sobre un cosmos concebido estáticamente, es el dominio del hombre sobre la materia inerte y de humanización. Gracias a la prioridad de la ley de la inercia como expresión de la constancia de las leyes de la naturaleza, se llega a una superioridad del hombre sobre la materia inerte. El determinismo de los fenómenos cósmicos, el determinismo por los cuales se rigen los fenómenos del universo o de la materia inerte, nos permiten de esta manera afirmar no solamente la autonomía del mundo, sino también la autonomía del hombre respecto del mundo. La naturaleza pierde su carácter de enorme seno materno, la naturaleza deja de ser el gran seno protector del hombre y el hombre adquiere edad adulta, adquiere autonomía respecto de la materia inerte, respecto del mundo inanimado.

Con la termodinámica el hombre va más lejos: adquiere la autonomía no solamente respecto de una concepción cósmica de naturaleza estática, sino también de naturaleza dinámica. La termodinámica define al universo, no ya como materia sino como energía y así le da al hombre una nueva concepción de su libertad. El hombre adquiere autonomía respecto del universo no solamente porque lo puede interpretar mediante reglas y leyes absolutamente rígidas y rigurosas, sino porque lo puede usar como una cantera, porque lo puede explotar, porque lo puede poner a su servicio. Es debido justamente al paradigma termodinámico que nace toda la infraestructura que hoy día posee la sociedad tecnificada, es decir, que nace el proceso del maquinismo que engendra la economía de la industrialización. Gracias a esta concepción del hombre como capacidad de transformar la naturaleza y no solamente de contemplarla, es que el hombre puede no solamente desenvolverse en el espacio, no solamente reconocer y abarcar la totalidad de la tierra, sino al mismo tiempo puede convertirla en una cantera de inagotables posibilidades para su propio bienestar. De esta manera el hombre, a partir del siglo XVIII, mediante la tecnología, sistemáticamente resuelve los problemas que podríamos llamar del instinto de conservación de la vida, los problemas fundamentales de la vida, mediante la creación de una sociedad tecnológica que satisface las necesidades primarias del comer, dormir, del viajar, del tener una vida más larga, de tener menos peligros, etc.

Finalmente, mediante el paradigma cibernético el hombre adquiere un mayor grado de autonomía, el hombre no solamente se independiza respecto de las fuerzas de la

naturaleza, no solamente interpreta el universo, lo domina, sino que incluso va muchísimo más lejos. El esquema o paradigma cibernético le permite al hombre una autonomía respecto de los servicios rutinarios; la máquina no solamente le sirve para satisfacer sus necesidades primarias o como instrumento, sino que incluso lo reemplaza: un cerebro electrónico tiene mil ventajas sobre una secretaria. De esta manera los servicios rutinarios, las actividades de la vida de todos los días, llegan a liberarse mediante una interpretación cibernética de la ciencia. Es la posibilidad, no solamente de separarse respecto de la materia inerte, respecto de los procesos energéticos, de manera particular biológicos, sino también la posibilidad de disponer por fin de un tiempo de ocio creativo, como soñaron los antiguos humanistas romanos. La posibilidad de una libertad creadora mediante la liberación de la esclavitud de la rutina cotidiana; tal es el ideal o la posibilidad que hoy día se nos ofrece mediante una interpretación de naturaleza cibernética del universo.

Conclusión

Este enorme ámbito de posibilidades, este mayor margen que el hombre posee en cuanto a su interpretación del universo, en cuanto a su dominio del mismo, sin embargo no se nota automáticamente. La ciencia, al mismo tiempo que le da al hombre saber le da poder. El poder solamente se convierte en liberador cuando al mismo va unido el sentido de responsabilidad. Un poder irresponsable es una fuerza destructora, como un poder responsable es una fuerza creadora. Es en la medida en que la humanidad tome conciencia de sus responsabilidades, en la medida en que la humanidad tome conciencia de su propio poder, y, por ende, adquiera la sabiduría de sus propias limitaciones, en que este proyecto de humanización implícito en la ciencia pueda realizarse. Esto nos obliga, a preguntarnos sobre el saber científico, sobre su naturaleza y sobre sus posibilidades. La ciencia no es un saber de los fines, sino un saber de los medios. La ciencia es explicación de lo que aparece, la ciencia no conlleva un humanismo, sino lo supone. La ciencia es prioridad absoluta del hombre puesto, que, en última instancia, la ciencia no es independiente del hombre, sino una creación del hombre. La ciencia es obra del hombre y, por ende, debe estar subordinada a él. Sólo existe un absoluto, sólo existe un fin, sólo existe una razón última, sólo existe una razón de ser de la ciencia y es el hombre mismo. La ciencia, es absolutamente medio o mediatización, es el medio o el instrumento mediante el cual el hombre puede hacer posible el sueño de una humanidad plenamente racional, totalmente y absolutamente creadora. Es el reconocimiento de la ciencia como el instrumental, tanto de naturaleza formal como de naturaleza tecnológica, lo que le da su verdadero valor. Un humanismo sin ciencia no es más que un sueño no es más que una droga. Por el contrario, una ciencia sin humanismo es un monstruo, es como los dioses aztecas que para poder existir deben alimentarse de sangre de corazones palpitantes. Una ciencia sin una subordinación total a los ideales supremos de una razón que sea coherencia, de una libertad que sea creatividad y de una imaginación que sea goce y disfrute, sólo puede inducir a la construcción de un mundo muerto, de aquel mundo del que habló Aldous Huxley.

Por otro lado, un humanismo independiente y separado de las potencialidades creadoras de la ciencia, de las posibilidades e instrumentales que ofrece la ciencia, no pasa de ser un sueño, no pasa de ser una utopía irrealizable, no pasar de ser simplemente una nostalgia del paraíso perdido. La ciencia solamente puede ser esperanza de la humanidad si, al mismo tiempo, se humaniza. El humanismo solamente puede tener un sentido si, al mismo tiempo tiene una base en la infraestructura científica. En la posibilidad de armonizar ambos elementos estriba la condición que hace posible que el saber, o el logos de que hablaron los griegos, de que la palabra como justicia y amor de que habla la tradición judeo–cristiana, puedan convertirse en una realidad para la humanidad. Tal es también la razón de ser dé los estudios universitarios.

JOHN STUART MILL Y LOS DERECHOS DEL INDIVIDUO

Jorge Rovira Mas *

Introducción:

La aparición de las ideas de John Stuart Mill en la Inglaterra de mediados del siglo XIX se encuentra precedida por el nacimiento de una primera generación de liberales que, bajo la denominación de "*radicales filosóficos*", se dio a la tarea de crear, sistematizar y difundir toda una serie de pensamientos y reflexiones en torno a la situación económico–política de su época.

A su vez, este grupo, cuyas figuras cimeras lo fueron David Ricardo, Jeremías Bentham y James Mill, estuvo profundamente influenciado por dos fenómenos que, si logramos comprenderlos en todas sus dimensiones pueden servirnos de útiles instrumentos para entender, de manera más global, al autor que hoy nos proponemos estudiar. Estos dos hechos fueron los siguientes: A) La tradición empirista de filosofía y B) Los cambios y las transformaciones que, en el orden económico, trajo consigo la revolución industrial.

A).– La tradición empirista de filosofía:

Con la aparición de Renato Descartes (1596–1650) en la historia del pensamiento puede afirmarse que comienza un nuevo período en filosofía, la época moderna.

El título de su obra más conocida, "Discurso del Método", manifiesta muy claramente la preocupación central que ocupó a los filósofos de los siglos XVII y XVIII: la búsqueda por establecer cómo el hombre conoce y cuáles son los límites del conocimiento humano como requisito previo antes de iniciar cualquier otro tipo de investigación.

La persecución de este fin produjo una dualidad de escuelas que, con el nombre de racionalista la una y empirista la otra, partían de premisas bien diferentes. Mientras la primera hacía hincapié en la razón y en los principios que rigen a esta para deducir el conocimiento–recuérdense los grandes sistemas de Leibniz y Spinoza–, la segunda enfatizó el valor de la experiencia sensible como material primigenio del cual ha de partir toda adquisición en este terreno.

Fue David Hume (1711–1776) quien, trabajando con los aportes de sus predecesores empiristas John Locke (1632–1704) y George Berkeley (1685–1753), llevó a su más nítida expresión las consecuencias que se derivaban de esta posición epistemológica.

* Profesor de Fundamentos de Filosofía del Centro Universitario Regional de San Ramón.

Su afán fundamental no era otro que el aplicar el método de las ciencias experimentales —método que llenó de admiración a los hijos del siglo XVIII por los logros tan extraordinarios a que había conducido en la Mecánica de Newton— a los fenómenos humanos y, en particular, a la moral. Dos de sus obras más importantes se titulan "Tratado sobre la naturaleza humana" e "Investigación sobre los principios de la moral".

Las principales conclusiones que sacó Hume en este ámbito del conocimiento lo llevaron a afirmar que la moral tiene su fundamento en los sentidos y consignó que el hombre determina lo que es bueno o malo según que esto le resulte agradable o desagradable. No vamos a entrar aquí en detalles y baste agregar que estas ideas, sustentadas también por otros pensadores además de Hume, tuvieron una gran importancia en la formación de los "*radicales filosóficos*".

B).- La revolución industrial:

A partir de la segunda mitad del siglo XVIII comenzó en Inglaterra un gran movimiento económico que impulsó la producción de artículos hacia niveles hasta entonces no logrados tanto en cantidad como en calidad.

El nacimiento de esta fecundidad material fue promovido principalmente por una multitud de innovaciones técnicas que permitían la utilización de los factores de la producción de manera mucho más eficaz.

Fue ante estos nuevos hechos, que resaltaban el valor de la industria y de la máxima organización del trabajo para obtener finalmente mayores frutos, que se empezó a pensar en nuevos marcos y teorías económicas para interpretar y dar razón de esa nueva realidad. Así fue como apareció la economía liberal en oposición a otras como las que sustentaban los mercantilistas y los fisiócratas.

La influencia de la revolución industrial y toda la secuela de adelantos tecnológicos que trajo consigo, puede decirse que encuadró a los hombres de finales del siglo XVIII y de la primera mitad del siglo XIX en una nueva perspectiva vital y les dio los medios para que establecieran un nuevo orden de valores que, júzguesele como se le juzgue, ha tenido una honda repercusión en el ulterior desarrollo de la humanidad.

Bajo estas circunstancias surgieron, en gran medida, las ideas más importantes que preconizaron los liberales clásicos.

LOS "RADICALES FILOSOFICOS":

El principio fundamental que sostuvieron los "radicales filosóficos" y que les sirvió de base para realizar una crítica de la sociedad de su tiempo e intentar mejorar las instituciones establecidas fue el principio de la "mayor felicidad para el mayor número".

Fue Jeremías Bentham (1748–1832) quien, primero con su obra "Fragment on Government" aparecida en 1776 y luego con sus "Principles of Moral and Legislation" de 1789, sentó las ideas claves de todo el utilitarismo del siglo XIX.

Para Bentham lo que persigue todo hombre al buscar la felicidad es un estado en el cual esté presente el placer y ausente el dolor. Los placeres pueden diferir por la *cantidad* y es posible, entre otras cosas, calcular la intensidad y la duración de los mismos.

Es preciso señalar, no obstante, que en realidad no se buscaba, como puede parecer a primera vista, el establecimiento de un acendrado egoísmo como fin último, sino que este egoísmo y esta búsqueda del placer, inherente a la naturaleza humana, debe de estar supeditada al beneficio de toda la sociedad o, dicho más exactamente, al beneficio del mayor número de individuos.

De aquí que Bertham se dedicase, con todas sus fuerzas, a la crítica del derecho y la legislación vigente en la Inglaterra de sus días, porque para él era la ley la que mejor podía

coadyuvar al equilibrio de los intereses particulares y promover el bienestar de la mayoría.

El principio utilitario antes nombrado debía de ser el valor máximo al que aspirara toda legislación y, consideraba Bentham, la función principal que debían desempeñar los abogados en una sociedad era promover, dada toda la experiencia acumulada en sus actividades, una evaluación y un desarrollo en todos los órdenes del derecho.

Se lamentaba así de los abogados de su época:

"Una raza pasiva e ineficaz, dispuesta a tragarse cualquier cosa y a aceptar cualquier cosa; con intelectos incapaces de distinguir el bien y el mal y con sentimientos por igual indiferentes a ambos; insensible, corta de visión y obstinada...sorda a la voz de la razón y de la utilidad pública; obsequiosa sólo al susurro del interés y a las señas del poder" (1).

En cuanto a David Ricardo, el hombre que se preocupó más por la economía dentro de ese grupo, hay que señalar la importancia de su obra "Principios de Economía Política" aparecida en 1817 en la que se encuentran las más importantes tesis de la economía clásica excepción hecha de la obra de Adam Smith "Investigación sobre la naturaleza y causas de la riqueza de las naciones" (1776). También Ricardo centraba sus concepciones bajo la premisa de "la mayor felicidad para el mayor número".

James Mill (1773–1836), por su parte, dirigió sus inquietudes hacia el campo político y sostenía la necesidad de llevar el sufragio a todas las clases sociales, cosa que no ocurría en esos momentos. Pensaba que si esto se llevaba a efecto y se mejoraba la educación tanto en su aspecto cuantitativo como cualitativo, cada individuo podría, en forma racional, defender sus intereses, valga decir buscar su felicidad y la consecuencia final sería el bienestar de la comunidad.

Algunos datos sobre la vida de John S. Mill

John Stuart Mill nació el 20 de mayo de 1806. Su padre, James Mill, quiso hacer de él un continuador de las ideas que movían a los "radicales filosóficos" y desde muy temprana edad lo sometió a un durísimo entrenamiento intelectual que fue el origen de varias crisis nerviosas sufridas, años más tarde, por este precoz talento.

A los tres años inició sus estudios de griego; a los ocho empezaba ya a interesarse por el latín y a los doce, además de leer varias obras importantes de lógica, culminó un pequeño escrito destinado a ser una especie de continuación de la "Ilíada".

En 1822 se dio, con éxito, a la tarea de fundar una "Sociedad Utilitaria" para jóvenes intelectuales cuyo centro de reunión estaba localizado en la casa de J. Bentham.

A los veinte años padeció su primera crisis espiritual que lo llevó a rebelarse contra las ideas de su padre y a buscar, en 1830, nuevas motivaciones para su pensamiento social en Saint–Simon.

Después de dedicarse con gran vehemencia a leer obras literarias con el fin de recobrar toda la riqueza sentimental y emotiva que le había ahogado la educación paterna en virtud de un racionalismo exagerado, conoció, en 1831, a Harriet Taylor quien sería su amiga íntima y confidente por espacio de veinte años transcurridos los cuales contrajeron matrimonio después de que ella enviudara en 1849.

Esta mujer cumplió un papel preponderante en la estabilidad efectiva de John Stuart Mill y a ella, luego de su inesperado fallecimiento en 1857, fue dedicado su ensayo "Sobre la libertad".

J. S. Mill trabajó durante 35 años (1823–1858) en puestos administrativos de la "Compañía de la India Oriental" y sólo dedicaba sus ratos de ocio a las actividades intelectuales.

Al final de su vida, en 1866, fue nombrado Rector de la Universidad de St. Andrews. Falleció en 1873.

Entre sus obras, las más importantes son las siguientes:

"Sistema de Lógica deductiva e inductiva" (1843), "Principios de Economía

Política" (1848), "Sobre la libertad" (1859), "Consideraciones sobre el gobierno representativo" (1861) y "Utilitarismo" (1863).

Las ideas de Mill en relación a los Derechos del Individuo

Antes de entrar propiamente a presentar las ideas de J. S. Mill referentes a los derechos del individuo frente a la comunidad en que vive, conviene advertir que estas concepciones, expuestas primordialmente en su escrito "Sobre la libertad", se encuentran determinadas por una serie de premisas antropológicas de importante consideración, aparecidas en su obra "Utilitarismo", y que son las que lo diferencian, en forma clara, del primer grupo de liberales. Vamos a realizar un rápido estudio de ellas.

Hemos visto ya cómo Bentham cuando hablaba de la felicidad como presencia de placer y ausencia de dolor, admitía una diferencia cuantitativa entre los placeres y llegaba incluso a aceptar la posibilidad de un cálculo de ellos como medio para que el hombre eligiera por el más *bueno* —más placentero—. Sin embargo, Bentham niega que exista una diferencia cualitativa entre los placeres. Es muy conocida su frase "el juego de alfileres es tan bueno como la poesía".

J. S. Mill, por su parte, sí va a considerar que, a la par de una diferenciación cuantitativa, puede esclarecerse también una diferencia de calidad entre los placeres:

"El credo que acepta la Utilidad o Principio de la Mayor Felicidad como fundamento de la moral, sostiene que las acciones son justas en la proporción con que tienden a promover la felicidad; e injustas en cuanto tienden a producir lo contrario de la felicidad. Se entiende por felicidad el placer y la ausencia de dolor, por infelicidad, el dolor y la ausencia de placer" (2).

"Es perfectamente compatible con el principio de Utilidad reconocer; el hecho de que algunas clases de placer son más deseables y más valiosas que otras...Si se me pregunta qué quiere decir diferencia de cualidad entre los placeres, o qué hace que un placer, en cuanto placer, sea más valioso que otro, prescindiendo de su superioridad cuantitativa, sólo encuentro una respuesta posible: si, de dos placeres, hay uno al cual, independientemente de cualquier sentimiento de obligación moral, dan una decidida preferencia todos o casi todos los que tienen experiencia de ambos, ese es el placer más deseable" (3).

En el primero de los textos transcritos tenemos una determinación de lo que debe de entenderse por utilitarismo, aún cuando aquí el principio de "la mayor felicidad" todavía no ha sido extendido al "mayor número" cosa que Mill establece más adelante en esa misma obra. Según él, una acción debe valorarse como justa cuando coopera finalmente a la felicidad de todos.

En el segundo de los textos encontramos el criterio, sobre el cual insistíamos, de que es posible contar con placeres de diferente calidad. Lo que no queda aclarado de manera satisfactoria es el camino a seguir para lograr el discernimiento entre una alternativa de placeres. ¿Supone Mill, como parece colegirse de sus palabras, que es suficiente con proceder a una corroboración empírica por medio de un censo sobre quienes han experimentado los placeres en cuestión? . Esto, naturalmente, sería sumamente impráctico y a nadie se le ocurriría proceder como un científico social ante cada problema moral. Además, si incluso esto fuera viable lo único que se habría demostrado es que uno de los placeres es más *deseado* —y no que es más *deseable*— que el otro.

La respuesta a esta cuestión la da Mill desde una perspectiva que trasciende el mero hedonismo, presente en sus antecesores, y que revela un orden superior de valores humanos:

"Los defensores de la utilidad se sienten llamados con frecuencia a replicar objeciones tales como esta de que antes de la acción no hay tiempo de calcular o sopesar los efectos de una línea de conducta sobre la felicidad...La respuesta a esta objeción es

que ha habido un amplio tiempo, a saber, todo el pasado de la especie humana. Durante todo ese tiempo, el género humano ha estado aprendiendo por experiencia las tendencias de las acciones. Toda la prudencia, lo mismo que la moralidad de la vida, dependen de esa experiencia" (4).

Es decir, la evolución de la humanidad constituye, para sí misma, su propio acervo moral en continuo ascenso. Esto, a su vez, está íntimamente ligado con su concepción del hombre:

"Los seres humanos tienen facultades más elevadas que los apetitos animales y, *una vez se han hecho conscientes de ellas*, no consideran como felicidad nada que no incluya su satisfacción" (5).

De todo lo anterior pueden sacarse las siguientes ideas fundamentales de Mill: A.- Su principio de utilidad incluye una distinción entre la calidad de los placeres; esto lo diferencia claramente de Bentham. B.- La admisión de esa diferencia cualitativa entre placeres está fundamentada en una concepción del hombre que supera el hedonismo y abre las puertas para valorar en forma amplia los placeres no sensibles. C.- Mill, influenciado en esto por Augusto Comte, ve un sentido de progreso en la evolución de la Humanidad y descubre en este proceso un acrecentamiento continuado de la capacidad moral del género humano. En el siguiente texto, especialmente revelador, se ven claramente algunos de los puntos anteriores:

"Considero la utilidad como propósito final de todo problema ético, *pero debe ser una utilidad en el sentido más amplio*, basada en los intereses permanentes del hombre como ser progresivo" (6).

Es en su ensayo "Sobre la libertad", publicado en 1859 poco después de fallecer su esposa, quien colaboró intensamente en su realización, donde, como ya lo advertíamos, están mejor expuestas las ideas de Mill en torno a los derechos del individuo.

La preocupación central que motivó la obra fue el deseo de prescribir "la naturaleza y límites del poder que la sociedad puede ejercer legítimamente sobre el individuo" (7).

Antes del gobierno existe la comunidad y antes de la ley están los valores y creencias que sustentan los individuos de esa comunidad. De ahí que el hombre, en tanto ser social, se encuentre bajo dos tipos de presión que no siempre coinciden: la presión que proviene de la ley y aquella otra, cuyas manifestaciones a veces son muy sutiles y se ejerce por medio de mecanismos bien diversos, que parte de las ideas sustentadas por los grupos que conviven en esa sociedad. Mill busca establecer una clara demarcación para este segundo tipo de presión:

"Por consiguiente, no basta con la protección contra la tiranía de los magistrados; también se necesita contra la de las opiniones y sentimientos prevalecientes, contra la tendencia de la sociedad a imponer, por medios distintos de las penas civiles, sus propias ideas y prácticas como reglas de conducta para lo que no están de acuerdo con ellas, a fin de esclavizar el progreso, impedir, si es posible, la formación de cualquier individualidad que no armonice con sus costumbres, y obligar a todos los caracteres a que se ajusten a su propio patrón. Hay un límite para la interferencia legítima de la opinión colectiva en la independencia individual" (8).

He aquí el principio sobre el cual ha de basarse la defensa del individuo y, por ello, el objeto del ensayo de Mill:

"Ese principio es que la propia defensa es el único fin que autoriza a la humanidad, ya sea individual o colectivamente, a intervenir en la libertad de acción de cualquiera de sus miembros; que el poder sólo puede ejercerse con todo derecho contra la voluntad de cualquier miembro de una comunidad civilizada, cuando se trata de evitar daños a otros" (9).

Uno de los derechos más importantes y, a su vez, más fecundos para sí y para la humanidad que posee el indivudo es la libertad de pensamiento y expresión.

Los viejos liberales habían promovido la libertad convencidos de que era un

instrumento útil dentro del contexto de los intereses que perseguían. Pero, si a lo largo de sus reflexiones hubieran llegado a la conclusión de que un gobierno despótico era mucho más conveniente, no habrían tenido el menor pudor en anularla en su misma raíz.

Mill, es este uno de sus grandes aportes, defiende la libertad no ya por ser medio propicio para un bien ulterior sino como *requisito necesario* y premisa sin la cual no es posible pensar en un verdadero desarrollo humano.

Ningún gobierno, ninguna sociedad, ningún grupo humano aún cuando posea mayoría numérica puede arrogarse el derecho de impedir la libertad de pensar y de expresar opiniones de ningún individuo:

"...pero el daño peculiar de acallar la expresión de una opinión consiste en despojar a la raza humana tanto a las generaciones futuras como a la existente, y más aún a los que no participan de esa opinión que a los que la aceptan. Si la opinión es justa, se las priva de la oportunidad de cambiar el error por la verdad; si no lo es, pierden un beneficio que es casi tan importante como aquel: la clara percepción y la impresión viviente de la verdad, que resulta de su choque con el error" (10.

Es en el libre juego de la discusión, de la confrontación de opiniones e ideas que se forja la verdad. Cualquier intento por suprimir esta interacción intelectual bajo el argumento de suponer que una idea es peligrosa o incoveniente realmente indica, en forma implícita que quienes así piensan se sienten ya en posesión de la última palabra sobre la cuestión. Y nadie es infalible.

En la medida en que se permita que los individuos mediten sobre los más diversos y variados temas y expresen los resultados de ese quehacer suyo, en esa medida estará aprovechándose la raza humana para construir un mundo de progreso y de variedad creativa.

La verdad no es algo estático que se logra obtener de una vez para siempre y que luego es necesario mantener apartada para frustar cualquier contaminación. Si ello fuera así, hace mucho tiempo que el progreso se hubiera detenido y el hombre muerto por una especie de inanición intelectual.

Se trata aquí, en Mill, más bien, de la extraordinaria y profunda convicción de que el género humano ha venido, desde sus inicios, en un continuo "in crescendo" de ese acervo moral pero también acervo de verdad que ha ido poco a poco, adquiriendo. Solo si se permite una libre problematización de todos los valores y las creencias obtenidos, podremos estar seguros de que el hombre permanecerá en ese ritmo de autodesenvolvimiento. Pero mientras más se respete esa libertad, más acelerado también será su enriquecimiento.

Junto a la libre expresión, Mill sostiene como un derecho primordial de todo hombre la posibilidad de manifestar, en la sociedad en que vive, su individualidad en el aspecto práctico. Eso sí, le impone las limitaciones provenientes del principio suyo que transcribimos líneas arriba:

"Del mismo modo que es conveniente que mientras los hombres sean imperfectos hayan diferentes opiniones, también lo es que haya diferentes experiencias de la vida...En pocas palabras, es conveniente que se afirme la individualidad en todo lo que no concierna primordialmente a los demás. Cuando el carácter de una persona no constituye su regla de conducta, sino las tradiciones o costumbres de los demás, falta uno de los principales ingredientes de la felicidad humana y, probablemente, el principal para el progreso social e individual" (11).

Y, más adelante:

"Si hubiera la convicción de que el libre desenvolvimiento de la individualidad es una de las condiciones esenciales del bienestar, que no sólo es un elemento relacionado con todo lo que significan las palabras civilización, instrucción, cultura y educación, sino que en sí mismo es parte y condición necesaria de todas ellas, no habría peligro de que no se apreciara plenamente el valor de la libertad..." (12).

Cuando una sociedad permite la libre realización de los individuos que la componen está promoviendo la felicidad de cada uno de ellos, y a la par de esto, la felicidad de la comunidad en vista de ese acrecentamiento de valores humanos que sobreviene con la acción entre las ideas y los comportamientos de los individuos.

Veamos, finalmente, las dos máximas que, según Mill, deben seguirse para deslindar y respetar los derechos del individuo frente a la sociedad:

"...la primera es que el individuo no es responsable de sus actos ante la sociedad, mientras esos actos sólo le conciernan sin afectar a otras personas. Los únicos medios que puede emplear la sociedad para expresar justificadamente su disgusto o su desaprobación de esa conducta son las advertencias, la instrucción y la persuación, así como el alejamiento de los demás, si se cree necesario para su propio bien. La segunda, que el individuo es responsable de aquellas acciones que sean perjudiciales para los intereses de otros, y puede somtérsele a castigos ya sean sociales o legales, si la sociedad opina que se requiere la aplicación de unos u otros para su protección" (13).

No queremos terminar este artículo sin antes pedir atentas excusas por la prolijidad de las citas pero nos hemos extendido en su número convencidos de que así, las ideas del autor que hemos estudiado serán comprendidas de manera más clara y directa.

NOTAS

(1) Citado por George H. Sabine en su "Historia de la Teoría Política", México, Fondo de Cultura Económica, 1970, p.498.

(2) J. S. Mill. El Utilitarismo, Buenos Aires, Editorial Aguilar S.A., p.29.

(3) Ibidem, p.31.

(4) Ibidem, p.55.

(5) Ibidem, p.30. La subrayación pertenece al autor de este trabajo.

(6) J. S. Mill. Sobre la libertad, México, Editorial Diana, S.A. 1965, p.46.

(7) Ibidem, p.35.

(8) Ibidem, pgs. 39–40.

(9) Ibidem, p.45.

(10) Ibidem, p.55.

(11) Ibidem, p.102.

(12) Ibidem, p.103.

(13) Ibidem, págs. 149–150.

OBRAS CONSULTADAS

Ashton, F.I. *La revolución industrial*, México. Fondo de Cultura Económica, 1964.

Fraile, Guillermo *Historia de la Filosofía*, T III. Madrid, B.A.C., 1966.

Mill, John Stuart *Sobre la libertad*, México. Editorial Diana, S.A., 1965.

Mill, John Stuart *Consideraciones sobre el gobierno representativo*, México. Herrero Hermanos Sucesores, S.A., 1966.

Mill, John Stuart *Utilitarismo*, Buenos Aires. Editorial Aguilar, S.A., 1962.

Sabine, George *Historia de la Teoría Política*, México. Fondo de Cultura Económica, 1970.

ASMA PSICOLOGICA

Dr. Alfredo Carmona *

Aunque la participación de factores emocionales en la etiología del trastorno asmático es ampliamente aceptada, no se conocen los mecanismos por los cuales estos factores llevan a la instauración de los signos y síntomas asmáticos. En este trabajo se postula como hipótesis, que por lo menos algunos de los mecanismos etiológicos del asma "psicológica" podrían ser explicados como aprendizaje instrumental de respuestas autónomas, lo que a su vez sería un medio de reducir algún tipo de stress emocional.

INTRODUCCION

El sistema respiratorio participa activamente en la expresión emocional. La gente suspira por tristeza, ansia o desagrado. En el suspenso y la sorpresa hay detención de la respiración; durante el grito de terror y los sollozos hay alteraciones de la actividad respiratoria. Aún sin actividad de las cuerdas vocales la respiración cambia en estados en que se vivencia alguna emoción (75). Por ejemplo, cuando se observa caminar a un acróbata por la cuerda floja, la gente retiene el aliento y cuando el acto ha terminado expira experimentando una sensación de alivio. Otro ejemplo se tiene en el caso de la madre que observa a su hijo pasar por alguna situación peligrosa de cuyo peligro él no es consciente. A menudo se puede decir por el tono, ritmo y velocidad de la voz si una persona está o no perturbada emocionalmente.

La forma más arcaica por la cual la emocionalidad se expresa por el sistema respiratorio es la retención de la respiración que se observa en los estallidos de rabia que presentan los niños pequeños. Estos expresan rabia y frustración llorando hasta que la cara se pone literalmente azul. En algunos niños la respiración se detiene completamente y en estos casos presentan movimientos convulsivos debido a la alteración del equilibrio del oxígeno y CO_2 en la sangre. Adultos que están ansiosos o enojados pueden respirar de modo que el aire corriente no alcanza al aire alveolar de los pulmones impidiéndose el intercambio normal de oxígeno y CO_2. Aunque no se ponen azules como los niños, es frecuente que experimenten mareos, desvanecimientos y en casos extremos pérdida total del conocimiento. Es preciso señalar que con frecuencia los pacientes no tienen conciencia de que esto tiene origen emocional. Al decir de Wittkower et. al (84) "buscan ayuda por los síntomas físicos".

El trastorno psicosomático más importante de la respiración se encuentra en el asma bronquial. El paso del aire a través del tracto respiratorio y la inspiración y/o expiración pueden estar alterados por la contracción de la musculatura bronquial, edema de la

* Psicólogo del Departamento de Bienestar y Orientación. Universidad de Costa Rica

membrana mucosa y/o por excesiva actividad secretoria de las glándulas bronquiales. Todos estos fenómenos están relacionados con el equilibrio funcional del sistema nervioso autónomo. La contracción espástica de la musculatura bronquial tiene que ver con mecanismos neuromusculares que normalmente actúan durante las reacciones de defensa del tracto respiratorio superior. Los nervios eferentes en este caso son para–simpáticos. Pueden ser activados reflejamente tanto desde la membrana mucosa respiratoria por impulsos conducidos a través de las fibras del vago, como desde otras partes del cuerpo por impulsos conducidos a través de nervios viscerales o somáticos. El edema de la membrana mucosa del tracto respiratorio representa una reacción vasomotora que puede ser provocada reflejamente por impulsos eferentes que surgen en el tracto respiratorio o como también en otras partes del cuerpo. Del mismo modo las glándulas bronquiales tienen también esta doble capacidad de respuesta. Los nervios eferentes a través de los cuales se desencadenan reacciones de broncoconstricción, vasculares o secretorias en la membrana mucosa del tracto respiratorio son actividas por impulsos que emanan de centros nerviosos centrales.

Muchos autores han considerado que factores emocionales y psicológicos aparecen como causales de algunos casos de asma. Por ejemplo, Gillespie (29) señaló que un ataque puede ocurrir como la culminación de un estado de angustia, o como la expresión de un conflicto emocional. Sería como una protesta contra una situación molesta o un medio de escape, lo que según el autor equivaldría a una respuesta condicionada. Sin embargo, los resultados de estudios sobre el tema no han sido claros ni concluyentes y en la actualidad no se conocen los mecanismos neurofisiológicos por los cuales estos factores emocionales darían lugar a los síntomas y signos observados en el trastorno respiratorio asmático. Esto explicaría que tratamientos psicoanalíticos intensivos requieran años para lograr solo una leve a mediana mejoría de los síntomas.

Debido a que el trastorno fisiológico principal que se encuentra en el asma es la alteración bronquiolar, es posible que la plasticidad del sistema nervioso se exprese en cambios de las estructuras centralmente encargadas de mediar la actividad de las fibras que invervan efectores situados en los músculos lisos, en la membrana mucosa o en las glándulas bronquiales. Aunque algunos trabajos experimentales han señalado la posibilidad de obtener reacciones respiratorias asmáticas condicionadas, tanto en el humano como en animales inferiores siguiendo la técnica pavloviana, estas reacciones condicionadas no explicarían la persistencia de los síntomas. Se sabe que cuando no se aplica el estímulo incondicionada (EI) la respuesta condicionada (RC) se extingue.

Como una alternativa a esta interpretación, en este trabajo se discute la posibilidad de que ciertos tipos de asma puedan deberse al aprendizaje instrumental de respuestas autonómicas que provoquen constricción de la musculatura lisa como un medio de restablecer equilibrios homeostáticos alterados por situaciones de stress (Carmona; 1971, a).

Un efecto similar ocurre en alteraciones de la motilidad intestinal provocadas experimentalmente (Carmona; 1971, b). La consideración de la posibilidad de aprendizaje instrumental de respuestas autonómicas que lleven a la instauración de los síntomas asmáticos tiene no solo importancia para formular teorías sobre la neurofisiología del aprendizaje sino que también para posibles aplicaciones prácticas en el diseño de técnicas que den resultados terapéuticos a corto plazo. Por otra parte, se ha informado que las técnicas tradicionales de tratamientos psicológicos para este tipo de alteración psicosomática no dan resultados muy alentadores y se ha informado que terapias psicoanalíticas de asmáticos después de 8 años no han arrojado ninguna mejoría (Knapp et. al. 41) o psicoanálisis durante 5–6 años que produjeron solo una leve mejoría (Knapp et. al. 42).

CRITERIOS DE CLASIFICACION

En la literatura se encuentra mención de varios intentos para clasificar los pacientes de asma de acuerdo al factor etiológico que predomina. En la actualidad la mayoría de los autores distinguen pacientes con asma alérgica y pacientes con asma psicogénica.

A.- ASMA ALERGICA

En la alteración asmática hay constricción de los bronquiolos lo que produce jadeo, sensaciones de shock y dificultades para respirar. Algunos pacientes asmaticos pueden estar enfermos todo el tiempo y otros pasar períodos en que se sientan bien, seguido por períodos de ataques que pueden ser severos. Muchos de ellos siguen un ciclo que coincide con el aumento estacional en cantidad de alergenos. Los pacientes que son más o menos permanentemente asmáticos pueden ser fisiológicamente hipersensibles al polen y otros alergenos que siempre están en el aire y muchos pacientes pueden ser desensibilizados por medios fisiológicos.

Es posible que la acción de alergenos produzca una reacción de condicionamiento. En el asma varios factores podrían estar jugando un rol, como por ejemplo, sensibilidad alérgica específica y susceptibilidad del sistema nervioso visceral (un sistema respiratorios que es especialmente susceptible de responder con contracción de los músculos lisos de los bronquiolos, a dar respuestas secretorias y a dar respuestas de vasoconstricción).

Existe consenso entre los inmunólogos que el asma alérgica ocurre cuando un alergeno y un anticuerpo específico engendrado por él, se combina en algún tejido de las vías respiratorias. Esta combinación produce un irritante químico que constriñe los músculos lisos de las vías aéreas. Aunque la histamina es considerada como un irritante de los tejidos en otras hipersensibilizaciones, tal como la urticaria y el angio–edema, es importante señalar que ahora se considera que su papel broncoconstrictor en el asma humana es escasa, dándose mayor importancia a otros agentes tales como la serotonina (20) (21).

Asma alérgica experimental

El asma bronquial alérgica raras veces se desarrolla espontáneamente en animales infrahumanos pero se le produce con facilidad experimentalmente en el conejillo de indias (Cavia Porsellus) (Raffel, 61; Ratner, Jakson y Gruehl, 63; Ratner y Gruehl, 64; Ratner, 66). Cuando se sensibiliza a un animal por medio de la inhalación forzada o por la infusión sistémica de una proteína extraña, posteriormente se encuentra que el animal desarrolla una reacción bronconstrictiva que se parece mucho al ataque de asma clínica (Kallos y Pagel, 38).

A continuación señalaremos algunos aspectos de la metódica empleada en el estudio de reacciones asmáticas aprendidas.

Las primeras investigaciones de los ataques de asma condicionados clásicamente en el coejillo de India descansaron sobre inspección visual gruesa de los índices de ataques. Debido a que Braun et. al. (5) encontraron que al confinar el animal en una pequeña cámara de condicionamiento se produce piloerección, langueteos, movimientos masticatorios y tiritoes de las piernas y del cuerpo similares a lo que se observa durante el ataque experimental de asma, Justesen et. al. (37) desarrollaron una técnica que se basa en la pletismografía de todo el cuerpo. Con este método las posibilidades de error derivadas de la observación conductual se solucionan y se puede lograr una mayor objetividad en el registro de las manifestaciones asmáticas. Los fundamentos de este método son los siguientes: las dificultades respiratorias características de un ataque de asma se deben al aumento de la impedancia de las vías aéreas que surge como consecuencia de la congestión o de la constricción; un aumento de la impedancia aumenta la presión intrapulmonar positiva que normalmente ocurre durante la expiración y aumenta de igual

modo el vacío parcial intrapulmonar que ocurre durante la inspiración. La presión diferencial entre máximo inspiratorio y máximo expiratorio de cada ciclo es por lo tanto mayor durante un ataque de asma que cuando la vía aérea está libre de obstrucción. En la técnica desarrollada por estos autores el animal se coloca en una cámara cerrada que está rodeada de un volumen fijo de aire, con lo cual se consigue que se produzca con cada respiración un cambio simultáneo de presión en el espacio de aire encerrado en la cámara.

Transductores ad hoc permiten inscribir los cambios de presión en un polígrafo. La validación de la técnica puede hacerse usando drogas que provocan (Urocolina cloruro) o impiden (Isoproterenol) la constricción de las vías aéreas (Koelle, 1965). Siempre el procedimiento seguido es similar; después de registrar un pletismograma basal se inyecta a cada animal experimental subcutáneamente 200 microgramos de Urocolina en solución (Dethanol, 5 mg/ml). Esto determina que la amplitud del pletismograma basal aumenta de 3 a 5 veces. Después de 1 a 2 minutos de observación, se nebuliza el interior de la cámara con 0,5 ml/min de Isoproterenol (Isupral, 100), durante 3 minutos. Después de esto se observa que la amplitud del pletismograma vuelve rápidamente a los niveles basales.

Condicionamiento de respuestas asmáticas alérgicas

También es posible estudiar experimentalmente la posibilidad de obtener condicionamiento clásico o pavloviano. El procedimiento empleado es el siguiente: se sensibiliza al animal inyectando una proteína y después de un período de tiempo se le examina con un estímulo incondicionado (EI): aerosol de esa misma proteína. Junto con la aplicación del aerosol de proteína, actúa una configuración de otros estímulos (silbido del nebulizador, propiedades visuales y táctiles del aerosol, etc.), lo que constituye por sí el estímulo condicional (EC). A cada animal se le aplica diariamente varios "ensayos", algunos de los cuales son solo EC, es decir no se aplica el EI (aerosol de la proteína). Esto permite observar las respuestas condicionadas. Como se dispone del registro poligráfico del pletismograma, es posible comparar el registro antes de la aplicación del EC y después de éste. El criterio para catalogar una respuesta como condicionada es un aumento de la amplitud de la línea base del registro.

Es interesante notar que tanto la RI como las RC aparecen como aumento tipo "todo o nada" en la amplitud pletismográfica, con ausencia de niveles graduados de esta respuesta. Esta ausencia de niveles graduados puede deberse al tiempo de presentación de los EC y EI (3 minutos). Sin embargo Mc Fadden et. al. (47) encontraron que registros platismográficos "on line" tomados en pacientes humanos asmáticos también exhibían estos mismos cambios de presión "todo o nada".

Los estudios experimentales señalan que los animales pueden "aprender" las respuestas de asma después de 2 a 4 días de entrenamiento. Se ha encontrado que ninguno de los animales de control genera cambios notables después de este tiempo. Es posible lograr la extinción de la respuesta "aprendida" después de un promedio de extinción de 3 a 8 ensayos no reforzados con el EI. También es posible el aprendizaje de las respuestas condicionadas.

Como se mencionó antes, el análisis de casos de asma muestran que existiría la posibilidad de que se instauren reacciones respiratorias aprendidas.

Evidencia experimental en humanos

A pesar de que numerosas evidencias clínicas han enfatizado la influencia de factores psicológicos en el asma, han sido escasos los estudios experimentales bien controlados que demuestran esta afirmación. A continuación se señalarán algunos trabajos que muestran claramente que estímulos asociados regularmente con la presencia de una substancia alérgica, pueden precipitar ataques de asma en un individuo susceptible.

Herxheimer (33) observó que ataques de asma aparecían cuando sujetos humanos estaban en una situación física o ambiental, en la cual en repetidas ocasiones habían estado expuestos previamente a alérgenos. Estudios a lo largo de una línea similar fueron efectuados por Dekker, Pelser y Groen (14), quienes utilizaron un alergeno asociado con solventesneutrales. Sus resultados señalan que en 2 casos, después de varios ensayos, la sola inhalación de oxígeno puro provocaba ataques de asma, como se apreciaba por signos clínicos y cambios de la capacidad vital. Estos ataques condicionados, que a veces eran provocados aún por la percepción visual de la pieza bucal del respirador, no podían ser distinguidos de los ataques que aparecían después del alergeno. En estudios previos Dekker y Groen (13) encontraron ataques psicogénicos de asma que aparecían en la presencia de estímulos stressantes y que en el pasado habían desencadenado los ataques en los sujetos estudiados.

Experimentos en sub—primates

a) **Perros:**

Liddell (43) ha señalado que cuando se producen neurosis experimentales en animales por medio de la técnica de reflejos condicionados, se encuentran cambios en la frecuencia, ritmo y patrón de la respiración. Liddell señaló que las alteraciones respiratorias son una concomitante invariable de los efectos de las neurosis experimentales en animales y encontró una gran semejanza entre estos trastornos y las dificultades respiratorias observadas en pacientes humanos con asma bronquial. Previamente, Muncie y Gantt (52) habían informado de trastornos respiratorios observados en un perro neurotizado experimentalmente. Señaló que los trastornos se caracterizaban por inspiración rápida y expiración dificultosa acompañada de un ronquido. Estos trastornos aparecían cuando el perro era llevado a la situación experimental y se acentuaba a medida que se acercaba al laboratorio, sucediendo lo opuesto cuando se alejaba. Esta reacción persistió por varios años.

b) **Ratas y cobayos:**

Estos estudios han utilizado un antígeno que en animales previamente sensibilizados produce reacciones respiratorias que semejan a las observadas en humanos durante los ataques de asma (Ratner et. al., 63; Kallos y Pagel, 38). La inhalación del antígeno produjo en cobayos sensibilizados ataques que des un punto de vista clínico, inmunológico farmalógico y el examen de rayos X, se parecían extraordinariamente a los ataques de asma en humanos (Kallos y Pagel, 38). Ratner (65) llegó a conclusiones similares.

Los resultados experimentales obtenidos por distintos autores muestran una gran variedad en el porcentaje de animales que son susceptibles de adquirir las respuestas asmáticas mediante distintos diseños y procedimientos experimentales. Ottemberg et. al. (56) encontraron que hay distintos grados de susceptibilidad al asma en animales. En sus estudios encontraron que solo había un 20% de estos que tenían ataques diarios de asma en forma consistente; igualmente demostraron una gran variabilidad en la adquisición, duración y latencia de los ataques. Ratner, (66), (67), encontró que un 7% de los cobayos serían resistentes a la adquisición de respuestas asmáticas. Ottemberg et. al. (56) señalan que otros factores tales como variables psicológicas, inmunológicas, genéticas, locales y hormonales podrían explicar las diferencias encontradas. Mirsky (50) ha señalado que factores biológicos heredados juegan un rol en la susceptibilidad a presentar trastornos en las funciones fisiológicas. Justesen, Braun y Pendleton (37) informaron sobre estudios relacionados con la neurofarmacología de ataques de asma alérgicos y clásicamente condicionados en la especie Cavia Poncellus. Otros autores ya habían informado

que esta reacción era posible de obtener por medio de condicionamiento clásico (Noelpp y Noelpp–Eschenhagen, 54, 55; Ottemberg, Stein, Lewis y Hamilton, 56). Los estudios mencionados en la literatura señalan que los trastornos fisiológicos observados pueden ser denominados "ataques de asma aprendidos" con toda propiedad, ya que coinciden con los criterios de condicionamiento señalados por Pavlov (57), Andrews (2) y Kimble (39). En estos experimentos existió:

1) Una respuesta incondicionada (ataque de asma) y un estímulo incondicionada (antígeno).
2) Existió un estímulo neutral que por sí solo no desencadenaba los trastornos fisiológicos que por asociación pasó a ser un estímulo condicional y,
3) Las respuestas provocadas por el estímulo condicional fueron extinguidas después de la repetición de asociaciones sin el esfuerzo representado por el antígeno. Ottemberg et. al. (56) demostraron claramente que las respuestas observadas no eran una consecuencia de angustia o miedo generalizada, ya que estímulos exteroceptivos intensos no provocan trastornos del tipo de ataques de asma.

Otro hecho que señala que estas reacciones eran "aprendidas" fue que la intensidad del ataque ante el estímulo condicional fue menor en intensidad que las respuestas al estímulo incondicionada (antígeno), lo que corresponde con lo que se observa en el proceso de condicionamiento de cualquier respuesta visceral.

Conclusión

La demostración de que el asma puede ser aprendida es de importancia no solo en relación a agentes alérgicos sino que en relación a cualquier agente: irritantes físicos, olores o factores psicológicos que pueden producir constricción bronquial. Sin embargo, aunque los resultados obtenidos en animales parecen indicar que las respuestas adquiridas por aprendizaje tienen una gran semejanza con las reacciones observadas en el asma clínica así como con los que aparecen en el asma experimental alérgica, creemos que el asma debería ser explicada en último término por los cambios fisiopatológicos del estado de constricción bronquial, lo que a su vez produce los signos y síntomas. Es debido a esto que señalamos la necesidad de que en los estudios experimentales se debería medir el estado y las propiedades físicas de los pulmones como un índice directo de la función bronquiolar, tanto en asma alérgica como en la condicionada.

B ASMA PSICOLOGICA

El estudio de factores psicológicos en casos de asma no dan resultados claros. Se podría afirmar que no se puede diferenciar psicológicamente, a groso modo, a un paciente de asma de casos que presentan otras alteraciones psicosomáticas. Alexander (1, pág. 132–141) afirma que los ataques de asma con implicaciones psicosomáticas se encuentran en personas con intensas necesidades de dependencia que son reprimidass, especialmente necesidades de ser protegidas. Hay ambivalencia emocional con deseos destructivos hacia una persona querida. Señala que se pueden desarrollar muchos patrones de defensa contra dichos conflictos y que los pacientes asmáticos pueden aparecer como pasivos, sumisos, marcadamente impulsivos, impacientes, egocéntricos, dominantes y aún tiránicos. Sin embargo, *estas características aparecen clínicamente en pacientes que padecen de otras alteraciones psicosomáticas* (úlceras gastroduodenales, colon irritable, alteraciones cardiovasculares, etc.) y por sí solas no permiten caracterizar al paciente asmático.

RESULTADOS DE ESTUDIOS PSICOLOGICOS

Neuhaus (53) estudió 3 grupos de niños normales, cardíacos y asmáticos de 8–10 y de 11–14 años, con el test de Rorschach, el Cuestionario de Personalidad de Brown y láminas de fábulas. Encontró que la personalidad de los niños asmáticos se caracterizaba por rasgos de ansiedad, inseguridad y dependencia y eran significativamente más desadaptados o neuróticos que los del grupo control. Sin embargo, no encontraron diferencias significativas cuando compararon un grupo de niños con alteraciones cardíacas crónicas con los asmáticos. Estas diferencias solo aparecieron al comparar los niños cardíacos con niños "sanos". Obviamente que las características de personalidad encontradas en el grupo asmático *no pueden asociarse como concomitantes exclusivas del trastorno asmático* y parecerían indicar que hay rasgos de personalidad que son *comunes a enfermedades invalidantes.*

Aún cuando se tiene presente que los métodos de estudio empleados pueden no haber sido los adecuados para discriminar un patrón de personalidad único para los asmáticos, se puede afirmar que en general este tipo de estudios ha dado resultados vagos. Los patrones o perfiles que señalan *no son específicos para un determinado cuadro psicosomático* y por sí solos no permiten caracterizar a un cuadro. Este tipo de estudios presenta además la gran dificultad de que no señala datos longitudinales que permitan establecer como fue la personalidad previa al establecimiento de la enfermedad, ni la existencia de rasgos de personalidad que pudieran predisponer al asma.

Neuhaus (53) no encontró diferencias en personalidad cuando comparó cada uno de 25 niños asmáticos con su hermano no asmático; sin embargo, los niños no asmáticos diferían de los controles–sanos en la misma forma como sus hermanos asmáticos y como los cardíacos diferían de los normales sanos. Este hecho podría indicar dos posibilidades: a) que viviendo con un niño enfermo podría producir desviaciones de personalidad en hermanos físicamente sanos o b) que factores constitucionales o familiares producirían o contribuirían a desviaciones de personlidad similares tanto en el niño como en sus hermanos.

La conclusión de que el niño asmático es más mal adaptado que el niño normal aparece confirmada por numerosos estudios que han utilizado tests psicológicos. Los niños asmáticos aparecen emocionalmente inestables según resultados obtenidos por el Cuestionario de Personalidad de Pintner. Shatia (77) encontró con el test de Rorschach una alta incidencia de neurosis y una estructura de personalidad neurótica en adultos asmáticos. Fine (25) concluyó según resultados obtenidos con el test de Rorschach, T.A.T. y MAPS que problemas de personalidad y conducta, junto con ansiedad y dependencia, son significativamente más frecuentes en niños asmáticos. Vles and Groen (82) encontraron que los niños asmáticos eran altamente neuróticos al test de Behn Rorschach. Utilizando este mismo test Wilken–Jensen (83) encontró que el niño asmático tenía intensa angustia.

La comparación entre niños asmáticos y sus respectivos hermanos no–asmáticos han señalado que los dos grupos aparecen como igualmente neuróticos (Vles y Groen, 82). Neuhaus (53) encontró que tanto los niños asmáticos como sus hermanos aparecían como más neuróticos que controles normales; en dicho estudio el status económicos de los casos estudiados era correspondiente a clase media, lo que permite asumir homogeneidad, relativa al menos, en lo que se refiere al tipo de relaciones padre–hijo, actitudes y valores culturales, exigencias del grupo sobre el niño, etc. Stud y Arnds (79) señalan algunos factores psicopatológicos en casos de niños asmáticos; a) estructura de personalidad de los padres caracterizada como obsesivo–compulsiva o como depresiva, b) figura materna dominante, c) figura paterna pasiva y, d) madre sobreprotectora. Señalan que el niño asmático muy frecuentemente es hijo único o el primer hijo, con una estructura de personalidad que se caracteriza por fuerte egocentrismo, narcisismo,

fijaciones orales o anales y depresión.

No podemos dejar de señalar de nuevo que estas características no bastan por sí solas para caracterizar al asmático. Psicólogos clínicos y psiquiatras frecuentemente encuentran estas características en pacientes que presentan una pléyade de rasgos neuróticos y/o alteraciones psicosomáticas, pero no asma.

En resumen habría concenso unánime entre los clínicos al describir la personalidad de los asmáticos, la que se caracterizaría por tendencia a la angustia, extrema dependencia y falta de confianza en sí mismos. Conjuntamente, se enfatiza la alta incidencia de trastornos psiconeuróticos o de problemas de conducta (Chobat et. al., 9; Dees, 11; Fenichel, 24; French, 26; Hurst, 36; Mc Dermott y Cobb, 45; Rogerson, 72; Rogerson et al., 71; Saul, 74. Sin embargo, *no se puede precisar "perfiles" que caractericen al cuadro asmático.*

Diferencias entre pacientes con asma alérgica y asma psicológica

Esta distinción solo tiene sentido si puede probarse que en algunos pacientes con asma el factor psicológico es el que aparece como más importante que el alérgico. La investigación sobre este aspecto es más bien escasa y los resultados aparecen como contradictorios. Mc Dermot y Cobb (45) y Harris et al. (32) encontraron una correlación positiva entre factores alérgicos y psicológicos, mientras que el trabajo de Mitchel et al. (51) y Rees (69), (68), señala la existencia de correlación negativa.

Sin embargo, los métodos para establecer la importancia relativa de los factores causales aparece influenciada por el juicio subjetivo de los investigadores en lo que se refiere a la consideración de los factores psicológicos. Por esto, la prueba de que existe una correlación negativa entre factores alérgicos y psicológicos en el asma, no debería ser obtenido por métodos subjetivos, sino que por métodos objetivos que midan los factores psicológicos y alérgicos. Este criterio fue empleado por Dekker, Barendregt y De Vries (17). En una serie de estudios bien controlados, Dekker et al. encontraron que no podían diferenciar entre un grupo de pacientes asmáticos alérgicos y un grupo de asmáticos psicogénicos. Sus resultados indican claramente que ambos grupos eran igualmente neuróticos.

NECESIDAD DE NUEVOS ENFOQUES ETIOLOGICOS

El asma bronquial puede ser considerada como un síntoma antes que como una entidad mórbida (Stein y Ottemberg, 78). Este punto de vista hace notar la variedad de factores etiológicos y como corolario, la necesidad de contar con varios enfoques para llegar a una clasificación de sus causas.

Entre los enfoques etiológicos mejor estudiados está la hipersensibilidad que se presenta tanto en humanos como en otras especies, con la ihalación e inyección sistemática de una proteína. Este enfoque ha permitido dar una sólida base experimental al "asma alérgica" y fundamentar toda una técnica de tratamiento (desensibilización). Al mismo tiempo, este enfoque está íntimamente ligado con la noción de que por lo menos en parte, en los casos de asma actúan procesos de condicionamiento pavloviano. Una vez que se ha producido la sensibilización por la acción de una proteína extraña, estímulos neutrales que previamente no provocaban ninguna reacción pasan a adquirir la propiedad de desencadenar los síntomas asmáticos por preceder o coincidir con el ataque de asma.

La necesidad de disponer de nuevos enfoques que lleven a la comprensión de los mecanismos subyacentes y de los factores etiológicos del sistema psicosomático, se ve claramente cuando se consideran los casos de "asma condicionada". En estos casos se puede postular por estímulos neutrales que desencadenan los ataques, solo por el hecho de que en el pasado estuvieran en estricta asociación espacial y temporal con el agente que

provocó los ataques. Sin embargo, los ataques de asma perduran a lo largo del tiempo y una respuesta condicionada tiene solo una duración limitada, extinguiéndose cuando no es seguida por el estímulo incondicionado (proteína). Por esto, no se puede explicar la duración de un síntoma psicosom ático solamente por medio de condicionamiento pavloviano. Por otra parte, la inyección repetida de un agente provocativo lleva a una pronta desensibilización de la reacción.

Aunque tanto psiquiatras como psicólogos clínicos coinciden en que la personalidad del asmático se caracteriza por la tendencia a la angustia, por la extrema dependencia y por la falta de confianza en sí mismo, por la alta incidencia de trastornos psiconeuróticos y por la presencia de problemas de conducta (Fenichel, 24; Dees, 11; Saul, 74), esta caracterización no define al asmático y corresponde más bien a pacientes que padecen de alguno de varios trastornos psicosomáticos. Aún más, los estudios de Dekker et al. (17), (18) señalaron que tanto asmáticos alérgicos como asmáticos psicogénicos eran igualmente neuróticos. Previamente Neuhaus (53) había encontrado que niños asmáticos y niños cardíacos crónicos no se diferenciaban en cuanto a trastornos de personalidad y grado de neurosis.

Indudablemente que la relación de factores emocionales con el asma es ampliamente aceptada (Wittkower, 84; Dunbar, 22; French, 27; Leigh, 44). Mucho del énfasis sobre la génesis psicológica del asma se ha dirigido a sostener dentro de un marco teórico de tipo psicoanalítico que los procesos psicodinámicos más importantes en el paciente asmático es el temor inconsciente a la pérdida de la madre y se ha sintetizado este punto de vista con la afirmación de que el ataque de asma es el equivalente a un grito "reprimido".

Sin embargo, Purcell et al. (60) encontraron que la amenaza de separar niños asmáticos de sus padres no intensificó los síntomas. Estos resultados no apoyan la afirmación de algunos psicoanalistas (French y Alexander, 27) en el sentido de que la amenaza de separación puede ser un estímulo importante en la provocación de síntomas asmáticos. Por el contrario, Purcell et al. observaron que la frecuencia e intensidad de los síntomas disminuyeron durante la separación, cuando se llevó al niño a vivir a un ambiente nuevo y *aumentaron* cuando el niño volvió a su hogar.

Estos autores señalan que los estados emocionales antes que los tipos de personalidad o patronales de relaciones interpersonales representarían la variable psicofisiológica más importante. Definen en forma parcial estados emocionales, refiriéndose a ellos como a procesos de activación fisiológica y de restricción que están íntimamente asociados con los sistemas endocrino y nervioso autónomo. Se ha demostrado que las emociones influencian significativamente la producción de esteroides adrenales (Hamburg, 30; Handlon et al., 31) lo que a su vez puede alterar el curso del asma (Reinberg et al., 70).

En general, puede afirmarse que las investigaciones sobre aspectos psicosomáticos se han centrado en problemas de estructura de personalidad y en problemas de encontrar "especificidades" psicosomáticas y han prestado poca atención al rol que juegan la actividad de los centros que controlan el estado funcional del tronco pulmonar. Analizaremos algunos aspectos que nos parecen interesantes.

Estímulos exteroceptivos

El rol de los estímulos exteroceptivos ha recibido poca atención como factor desencadenante de las respuestas motoras que a su vez modifican el estado de las vías respiratorias intrapulmonares. Un tipo de estímulo que puede tener importancia son los olores. Hay pacientes en los cuales los ataques de asma son desencadenados por la percepción de un olor específico. Algunos autores (Brown y Colombo, 6; Feinberg y Arias, 23; Brown et al., 6; Feinberg et al., 23; Hoersch, 34) han considerado el rol de los

olores en la etiología del asma, especialmente el olor de alimento. La interpretación que estos autores dan es que algunos alimentos tendrían propiedades alérgicas, pero sin embargo en los casos estudiados no se encontró signos de alergia. Esta interpretación además no considera el significado que puede tener la percepción de olores y la relación que estos estímulos pueden tener con experiencias anteriores, es decir con reacciones aprendidas. Stein y Ottemberg (78) presentaron evidencia experimental que apoya la hipótesis de que en algunos pacientes el ataque de asma es un medio de defensa fisiológica, que prevendría la reactivación de conflictos infantiles no resueltos y asociados a olores específicos. Señalan que la naturaleza de los olores desencadenantes, de los ataques sugiere que dichos conflictos estarían relacionados con la fase anal del desarrollo psicosexual. Estos investigadores señalan que el olor de orina, heces, de desinfectantes, polvos, pinturas y otros, frecuentemente precipitan los ataques.

Bacon (3) ha señalado que el asma está relacionada a intentos de alejar fantasías relacionadas con recueros de situaciones en que el paciente fue agredido y en las que existió un estímulo olfatorio.

El uso frecuente del bloqueo perceptual por el cual el asmático niega aún la presencia de un olor, puede ser considerado como un intento para evitar la estimulación de áreas de conflicto. Hay movimientos reflejos de las aletas de la nariz en la presencia de olores desagradables y sirven como un esfuerzo mecánico para excluirlos; igual sucede con movimientos de la boca y nariz, para deshacerse de olores y alimentos desagradables (Bull, 4; Darwin, 10).

Cuando la mucosa naso–faríngea es estimulada por olores intensos, cuerpos extraños o polvo, se produce una rápida y generalizada constricción bronquial (Hoff y Breckenridge, 35; Rall y Bilbert, 62). Este reflejo es en parte dependiente de receptores en la región naso–faríngea los que gatillean impulsos hacia los núcleos del trigémino y del vago. Obviamente esta reacción impide el acceso posterior de los agentes irritantes a las ramificaciones profundas de los pulmones.

Modificación "voluntaria" de respuestas respiratorias. Aprendizaje a "presentar" los síntomas

Varios autores han señalado la posibilidad de que pacientes de asma pudieran estrechar o modificar el lumen de las vías aéreas por medio de los músculos respiratorios voluntarios. Talma (81); Strubing (80) y Saenger (73) fueron los primeros autores en dar evidencia experimental sobre este aspecto. Estudios posteriores fueron efectuados por Dekker y Groen (12), Dekker, Defares y Heemstra (15) y por Dekker (16). Estos autores emplearon la técnica de introducir un cateter en los pulmones de sujetos humanos lo que permitía obtener mediciones directas de la presión intrabronquial durante el jadeo respiratorio voluntario. Sus resultados pueden ser resumidos en la siguiente forma: 1) pacientes asmáticos así como también sujetos normales pueden fácilmente aprender a jadear voluntariamente. 2) durante este jadeo expiratorio se puede observar por medio de rayos X un considerable estrechamiento de la tráquea y de las grandes vías intra–pulmonares. 3) durante el jadeo expiratorio voluntario encontraron una presión intratoráxica elevada de 80 a 100 mm en el esófago. Según ellos la resistencia principal al flujo del aire durante este tipo de expiración forzada estaría situada en las vías intra–pulmonares.

Dekker, Van Vollenhoven and During (18) postularon la hipótesis de que influencias emocionales podrían afectar el diámetro de las vías aéreas al alterar el patrón de respiración del paciente de tal manera que la musculatura respiratoria voluntaria elevaría la presión intratoráxica lo que a su vez comprimiría la tráquea y los bronquios, produciéndose así un aumento de la resistencia al flujo de aire expiratorio, fenómeno característico del asma. De los resultados obtenidos por estos autores se puede concluir

que hay una gran semejanza entre las propiedades físicas de los sonidos que ocurren en un ataque de asma y los que individuos normales que pueden reproducir voluntariamente por medios respiratorios.

Es interesante considerar la explicación que dan sobre el mecanismo que produce los sonidos. Debido a la presión externa; las vías aéreas estrecharían el lumen, pero como la presión aumenta en el interior las paredes se distienden. El ciclo se repite una y otra vez, lo que hace que las paredes entren en vibración y esto produce el sonido, posiblemente como un resultado del efecto de Bernoulli. Esta hipótesis fue verificada con un modelo experimental y en observaciones hechas in vitro con tráqueas humanas obtenidas post mortem.

Estos resultados señalarían claramente que la musculatura respiratoria voluntaria puede actuar sobre las vías respiratorias creando una presión intra–toráxica positiva lo que comprime la vía y así se produciría el jadeo característico del paciente con asma. Es posible que factores emocionales actúen a través de estos mecanismos llevando al aprendizaje de respuestas respiratorias motoras tanto somáticas como autónomas.

Aprendizaje a "evitar los síntomas"

Purcell (58), (59), ha sugerido que la poca capacidad para llorar, o bien la manera silenciosa como lloran a veces los asmáticos, pueden reflejar un intento aprendido *para evitar la iniciación de un ataque de asma.* Simonsson et al. (76), han señalado que receptores sensibilizados a estímulos irritativos pueden participar en el gatilleo de constricción bronquiolar refleja, en pacientes con enfermedad obstructiva de las vías respiratorias superiores. La vía vagal sería el sistema eferente constrictor. Es muy posible que llorar, reír, toser o hiperventilar puede estimular los receptores subepiteliares en los bronquios e iniciar el reflejo broncoconstrictor. Los familiares informan que a veces los niños dejan de llorar, reír o toser fuerte para no provocar asma. La descarga nerviosa autónoma y las conductas de respiración que medían los efectos de emociones, no son de ningún modo mutuamente exclusivos, por ejemplo: hiperventilación puede ocurrir en asociación con estados emocionales y con algunos patrones de activación autonómica que puede iniciar secreción de mucus que provoca tos, lo que es seguido por broncoconstricción refleja.

En este caso se tendría que se aprendieron respuestas que *detienen* el ataque.

Posibilidad de aprendizaje instrumental de la respuesta asmática como un medio de restablecer equilibrio homeostático alterado por stress

Creemos que las manifestaciones asmáticas psicógenas, al igual que otras manifestaciones psicosomáticas representan un conjunto de desviaciones de procesos fisiológicos que tienen como tendencia natural la de mantenerse dentro de ciertos límites. Dichos procesos son mantenidos en un estado de equilibrio (homeostasis) por procesos dinámicos que dependen a su vez de la actividad del sistema nervioso. Algunas veces fenómenos de tipo alérgico son capaces de alterar dicho equilibrio. Otras veces, el equilibrio se pierde cuando situaciones de vida que provocan stress emocional llevan a alteraciones homeostáticas. En condiciones normales cuando quiera que se produzca una desviación en uno u otro sentido se producen reacciones fisiológicas correctoras que llevan la función alterada a su punto de equilibrio. Sin embargo, es posible que a veces simultáneamente se produzca por ejemplo, la constricción de los bronquios, lo que coincide con la disminución de angustia. Si esta coincidencia ocurre varias veces, es posible que llegue un momento en que cada vez que el individuo vivencia angustia se producirá constricción bronquiolar.

Estímulos previamente neutrales pasarían a adquirir, como resultados de la experiencia, la capacidad de provocar angustia (stress) lo que a su vez determinaría bronquioconstricción y esto a su vez determinaría que la angustia disminuyera, con lo cual se reforzaría el mecanismo angustia–broncoconstricción–inhibición de la angustia. Es decir que se tendría una respuesta fisiológica que se exagera o que se sale del promedio y que es "reforzada o recompensada" por la disminución de la angustia, con lo cual aumenta notablemente la posibilidad de que esta reacción aparezca en el futuro nuevamente ante estímulos exteroceptivos que provocan angustia.

Cambios en la irrigación de un órgano pueden alterar su función y si la isquemia es lo suficientemente severa, puede llegar a producir patología. Carmona, Miller y Demierre (1974) determinaron cambios en la irrigación del estómago por aprendizaje a evitar o a escapar choques eléctricos. Esta evidencia es importante para comprender la etiología y quizás también para la comprensión de la terapia de los síntomas psicosomáticos. En dichos experimentos la "recompensa" de escapar o de evitar choques eléctricos fue considerada como análoga a la reducción en miedo (comúnmente llamada angustia) que Dollard y Miller (7) han propuesto como una ganancia secundaria que recompensa síntomas neuróticos y psicóticos. El hecho de que el castigo puede ser utilizado para motivar tal aprendizaje apoya la hipótesis de que el miedo (comunmente llamado angustia cuando su origen es desconocido) puede ser una ganancia secundaria importante que refuerza el aprendizaje y la mantención de síntomas neuróticos.

Tal como ocurre durante el aprendizaje de hábitos o respuestas motoras puede postularse que las respuestas viscerales que disminuyen la angustia tenderían a aparecer "por adelantado" toda vez que está presente el estímulo exteroceptivo. Este tipo de respuestas puede ser muy específica como lo demuestran numerosos trabajos experimentales en los que se demostró que la frecuencia cardíaca puede aumentar o disminuir cuando la modificación coincide con la terminación de estímulo nocioceptivo. Cambios similares ocurren en la motilidad gástrica (Carmona, 1971 b). Resultados indicando que el sistema nervioso simpático tiene una insospechosa capacidad para presentar actividad local específica han sido presentados por Di Cara y Miller (19). Estos autores encontraron que ratas podían aprender respuestas vasomotoras de las orejas cuando se reforzaba esa vasoconstricción o vasodilatación, siendo estas respuestas específicas a dichos órganos y no una consecuencia de cambios vasomotores en todo el cuerpo. Aún más, estos autores llegaron a demostrar que sus animales experimentales aprendieron a dar respuestas vasomotores solamente en la oreja cuya actividad era recompensada. Debido a que la inervación vasomotora de la oreja es primariamente simpática, sus resultados indican que el sistema nervioso simpático tiene una mayor capacidad para dar respuestas locales de lo que se sospechaba hasta ahora.

Esta especificidad del aprendizaje visceral se demuestra aún más claramente por el hecho de que Di Cara y Miller observaron que el aprendizaje de responder con cambios vasomotores en la oreja no estaban correlacionados con modificaciones de la frecuencia cardíaca ni con actividad vasomotora en el resto del cuerpo ni con modificaciones de temperatura interna. Otros experimentos, (Miller, 49) han demostrado el aprendizaje instrumental de cambios en la formación de orina acompañados por cambios en el flujo de sangre en el riñón pero independientemente de respuestas cardíacas, presión arterial y respuestas vasomotoras periféricas. A su vez, cambios en frecuencia cardíaca o contracciones intestinales pueden ser aprendidas sin cambios en la otra respuesta (Miller y Banuazizi, 48).

Purcell et al. (60) señalan que existe la posibilidad de que el asma puede ser mantenida al menos en algunos casos por un proceso de aprendizaje en el cual los padres refuerzan los síntomas. En sus estudios separaron a niños asmaticos de sus hogares, encontrando que durante el período de separación los síntomas disminuían tanto en frecuencia como en intensidad. Cuando los niños regresaron a sus hogares hubo un

progresivo aumento de los síntomas. Una pregunta que puede formularse es cómo se produciría el "refuerzo" de los síntomas. Hace mucho tiempo que los psicoanalistas señalaron el papel que juega el proceso de "ganancia secundaria" en las alteraciones neuróticas. Este proceso consiste en "ganancias" que obtiene el paciente a través de sus síntomas; un caso extremo sería el de una persona que obtiene alivio de tensiones en su ambiente de trabajo cuando se le da licencia médica por cefaleas o el caso de la persona que presenta síntomas de conversión que lo ivalidan con el objeto de obtener pensión de jubilación. Casos más frecuentes se observan en los hogares, donde las madres dejan en cama a sus hijos que presentan dolores de estómago, palidez, cefaleas, diarreas, tos, bronquitis, etc. casos en los cuales se trata al enfermo de manera especial y se le "chinea". A menudo también se encuentra que los niños curiosamente se "enferman" cuando tienen que dar exámenes, pruebas, actuar frente al grupo o enfrentarse en general, con situaciones que los angustian. Esto también se observa entre los adultos en su ambiente de trabajo; es frecuente que un docente "se enferme" cuando tiene actividades académicas que encuentra desagradables y que no puede eludir, o el caso de un colega que se queja de algún u otro tipo de molestias para eludir su parte de trabajo en algún experimento, revisión bibliográfica o redacción de un trabajo. Este alivio de tensiones y/o las gratificaciones que se obtiene son ejemplos de "beneficios" o "ganancias" secundarias. Una primera hipótesis de trabajo se plantea en relación al trastorno asmático es la posibilidad de que se haya "aprendido" a exagerar la intensidad del estado de equilibrio de la respuesta bronquial y a disminuir su latencia. En algunos casos el aprendizaje se habría producido debido a que por experiencias, de vidas anteriores, los olores habrían estado asociados con experiencias emocionales conflictivas que el paciente "no querría" recordar nuevamente o lo que es lo mismo, habría aprendido a no acordarse. Debido a la exageración de esta respuesta motora se produciría el ataque estando estas respuestas reforzadas por el "no darse cuenta" del conflicto lo que llevaría a la reducción de la angustia que estas respuestas provocan. Las bases de este mecanismo de reducción de emociones por respuestas instrumentales viscerales ha sido señalado por Carmona (1971).

El ataque de asma aparecería como un medio de defensa fisiológica contra conflictos infantiles no resueltos; por aprendizaje, estímulos externos desencadenarían una respuesta visceral que impide la vivencia emocional. Conjuntamente, el beneficio secundario que provoca el hecho de estar "enfermo" reforzaría la aparición de estas respuestas cuando quiera que se esté frente a estímulos externos o internos que provoquen angustia. Según este modelo se tendría un circuito de retroalimentación que se inicia con estímulos que despiertan la emoción; estas llevarían a la acción, a nivel bronquial, de mecanismos que provocarían "sensaciones" que reducen la emoción inicial. Tanto los mecanismos puestos en juego a nivel bronquial y que darían lugar a los signos y síntomas asmáticos, como el beneficio de estar "enfermo", por retroalimentación reducirían la emoción que se rechaza.

RESUMEN

Se postula como hipótesis que algunos de los mecanismos etiológicos del asma podrían ser explicados como aprendizaje instrumental de respuestas autónomas lo que a su vez serían un medio de reducir algún tipo de stress emocional.

En una primera parte se revisa los conceptos actuales sobre asma alérgica y asma psicogénica señalándose que las diferencias entre estas dos categorías no siempre son claras y con frecuencia no se puede separar la presencia de factores alérgicos de los emocionales. Se relatan evidencias experimentales para demostrar que el asma puede ser aprendida y existiendo tanto en el asma psicológica como alérgica reacciones provenientes de condicionamiento pavloviano.

Posteriormente se muestra la incidencia de trastornos psiconeuróticos o de problemas de carácter en la personalidad del asmático, pero que no bastan por sí solos para caracterizar al asmático. La revisión de la literatura señala claramente que la angustia, necesidades de dependencia, constelaciones edípicas, temores de castración, impulsos competitivos, envidia, celos, hostilidad reprimida, etc., que se han atribuído como características de la personalidad asmática también se encuentran en pacientes que sufren de enfermedades francamente orgánicas o que padecen de otros síntomas psicológicos. También estos rasgos aparecen en sujetos "normales". Etiologías de orientación psicoanalítica claman que el asma surge de impulsos internos que amenazan "la ligazón de una persona con la madre o figura materna". Sin embargo, observaciones clínicas bien controladas muestran que esta afirmación es cuestionable por cuanto niños asmáticos separados de sus hogares "mejoraron" de sus síntomas al ser separados de sus padres y "empeoraron" al regresar al hogar. Por otra parte, terapias analíticas de años de duración no parecen dar resultados positivos en el tratamiento de esta alteración.

En su parte modular el trabajo enfatiza la necesidad de disponer de nuevos enfoques etiológicos y presenta evidencia sobre la modificación "voluntaria" de las respuestas respiratorias y el aprendizaje a "presentar" los síntomas. Se supone la posibilidad de que se haya aprendido a exagerar la intensidad del estado de equilibrio de la respuesta bronquial y a disminuir su latencia; por experiencias anteriores estímulos exteroceptivos habrían estado asociados con experiencias emocionales conflictivas que el paciente "no querría" recordar nuevamente o habría aprendido a no acordarse.

REFERENCES

1. Alexander, F. Psychosomatic Medicine. New York. Norton. 1950, pp. 132–141

2. Andrews, T.G. Methods of Psychology. New York, J. Willey, 1948.

3. Bacon, C.L. The role of agression in the asthmatic attack. Psychoanalyt. Quart. 25: 309–315, 1956.

4. Bull, N. The olfactory drive in dislike. J. Psychol. 17: 3–10, 1944.

5. Braun et al. Sc. Amerc. Psychiat. Ass. pág.: 123–201, 1967.

6. Brown, E.A., and Colombo, N. J. The asthamagenic effect of odors amelles and fumes. Allergy, 12: 14–19, 1954.

7. Carmona, A. Sistema Nervioso Visceral. Revista Med. de Chile. 99: 15–29, 1971 a.

8. Carmona A., Modificaciones de la motilidad intestinal en perros por aprendizaje instrumental. XIV Reunión y Simposio Internacional de la Sociedad de Biología de Chile. 24–27 Noviembre, Cartagena, 1971 b.

9. Chobat, R., Spadavecchia, R., and De Sanctis, R.M. Intelligence Rating and emotional pattern of allergic children. Amer. J. Dis. Child. 57: 831–837, 1939.

10. Darwin, C. Expression of the emotions in man and animals. New York, Philos. Libr. 1955.

11. Dees, Susan. Inter–relationship of allergic and psychiatric factors in allergic children. Proc. Inst. Res. Clin.; 12: 59–65, 1945.

12. Dekker, E. and Groen J. Asthmatic wheezing. Compression of the trachea and mayor bronchi as a cause. Lancet. I: 1064, 1957.

13. Dekker, E., and Groen, J. Reproducible psychogenic attacks of asthma. J. Psychosom. Res. I: 58, 1956.

14. Dekker, E., Perser, H. E. and Groen, J. Conditioning as a cause of asthmatic attacks. J. Psychosom. Res. 2: 97, 1957.

15. Dekker, E.; Defare, J. G. and Heemstra, H. Direct measurement of intra bronchial pressure. Its application to the check–valve mechanism. J. Appl. Physiol. 13: 35–39, 1958.

16. Dekker, E. The influence of intrathoracic pressure on the diameter and flow resistance of the airways in normal individual and in patients with asthma and emphysema. Doctor's thesis. Groningen, 1958.

17. Dekker, E.; Berendregt, J. T. and De Vries, K. Allergy and neurosis in asthma. IN, Advances in psychosomatic medicine. Symposoium of the Fourth European Conference on Psychosomatic Research. A. Jones and H. Freyberger Eds. Brunner Inc. New York, pp.: 235–240, 1961.

18. Dekker, E.; Van Vollenhoven, E; and During, J. Further Experiments on the origen of asthmatic wheezing. In: "Advances on Psychosomatic Medicine" Symposium of the Fourth European Conference on Psychosomatic Research. A. Jones and H. Freyberger, Eds. R. Brunner Inc. New York, pp;: 240–247, 1961.

19. Di Cara, L.; and Miller, N. Instrumental learning of vasomotor responses by rats: Learning to respond differentially in the two ears. Science. 159: 1485–1486, 1968.

20. Douglas, W. En "The pharmacological basis of therapeutics" S. Goodman y A. Gilman (Eds.). Mac Millan, New York, págs. 621–645, 1965.

21. Douglas, A.; Simpson, D. Merchant, et al. The effect of antispasmodic drugs on the endomural bronchial (or sqeeze) pressures in bronchitis and asthme. Amer. Rev. Resp. Dis. 93: 703–715, 1966.

22. Dunbar, Helen Flanders. Psychoanalytic notes relating the syndrome of asthma and Hay Fever. Psychoanal. Quart. 7: 25–29, 1938.

23. Feinberg, S.M. and Aries, P.L. Asthma from food odors. J.A.M.A. 98: 2280, 1932.

24. Fenichel, O. Outline of clinical psychoanalysis. New York. W.W. Norton Co; 217–226, 1934.

25. Fine, R. The personality of the asthamatic child. In university of Southern California, Abstracts of Dissertations...1948. Los Angeles, Calif. 165–169, 1948.

26. French, T.M. Psychogenic factors in asthma. Amer. J. Psychiat. 96: 87–98, 1936.

27. French, T.M.; and Alexander, F. Psychogenic factors in bronchial asthma. Psychosom. Med., Monograph IV, National Research Council, Washington, D.C. 1941.

28. French, T.M.; and Alexander, F.; et al. Psychogenic factors in bronchial asthma. Parts I and II; Psychosom. Med. Monogr. I, N°4; 2, N° 1 y 2, 1941.

29. Gillespie, R.D. Psychological factors in asthma. Brit. Med. J. 1: 1285, 1936.

30. Hamburg, D.A. "Plasma and corticosteroid plasma levels in naturally ocurring psychological stress". In: Ultraestructure and metabolism of the nervous system. Korey, S. Ed. Williams and Wilkins, Baltimore, 1962.

31. Handlon, J. H.; Wadeson, R.W.; Fishman, J.R.; Sacher, E.J. Hamburg, D.A. and Mason, J. W. Psychological factors lowering plasma 17–hydrox corticosteroid concentration. Psychosom. Med. 24: 535–541, 1962.

32. Harris, et al. Observations on asthmatic children. Am. J. Orthopsychiat. 20: 490–493, 1950.

33. Herxheimer, H. Induced asthma in humans. Internat. Arch. Allergy, 3: 192, 1953.

34. Hoersch, A.J. Allergy to food adors. J. Allergy 14: 335–341, 1943.

35. Hoff, H.E., and Brechenridge, G.C. The physiology of respiration. In Abramson, H.A. The treatment of asthma. Baltimore, Williams and Wilkins, 1951.

36. Hurst, A. Asthma in childhood. Brit. Med. J. 1: 403, 1943.

37. Justesen, D., Braum, E.; Garrison, R., and Pendleton, R. Pharmacological differentiation of allergic and classically conditioned asthma in the guinea pig. Science, 170: 864–866, 1970.

38. Kallos, P., and Pagel, W. Experimentalle untersuchungen uber asthma bronchiale. Acta med. Scandinav. 91: 292, 1937.

39. Kimble, G.A., Hilgard and Marquis' conditioning and learning century Psychology Series. 1961.

40. Koelle, L. In the pharmacological basis of therapeutics L. Goodman and A. Gilan (Eds.). McMillan, New York, cap.: 23, pág: 467, 1965.

41. Knapp. P.H., Mushatt, C., and Nemetz, J. Asthma, melancholia and death, Psychosom. Med. 38 (2): 114–133, 1966.

42. Knapp, P.H., Muschatt, C., Nemetz, J.S., Constantine, H., and Freidman, S. The context of reported asthma during psychoanalysis. Psychosomatic Medicine, Vol. 32 N°2, 1971.

43. Lidell, Howard. The influence of experimental neuroses on respiratory function. In Abramson, H. A. Learning of visceral and glandular responses, Science, 163: 434–445, 1969.

44. Leigh, D. Allergy and the psychiatrist. Internat. Arch. Allergy. 4: 227–234, 1953.

45. McDermott, N.T.; and Cobb, S. A psychiatric survey of fifty cases of bronchial asthma. Psychosom. Med. 1: 203–210, 1939.

46. Mc Dermott, N.T., and Cobb, S. A psychiatric survey of 50 cases of bronchial asthma. Psychosom. Med. 1: 201–244.

47. McFadden, E.R., Luparello, T., Lyone, H. A. and Sleecker, E. The mechanism of action of suggestion in the induction of acute asthma attacks. Psychosom. Med. 31 (2): 134–143, 1969.

48. Miller, N.E., and Banuazizi, A. Instrumental learning by curarized rats of a specific visceral response, intestinal or cardiac. J.C.P.P. 1968.

49. Miller, N.E. Learning of visceral and glandular and visceral responses. Science, 163: 434–445.

50. Mirsky, I.A. Psychoanalysis and the biological sciences. In Alexander, F. and Ross, H. Twenty Years of Psychoanalysis, New York, Norton, 1953.

51. Mitchell, J.H., Curran, C.A., and Myers, R.N. Some psychosomatic aspects of

allergic diseases. Psychosom. Med. 9: 184–189, 1947.

52. Muncie, W. y Gantt, W.H. Effect on behavior of inhibition of different forms of excitation.Am. J. Pshysiol. 123: 152–158, 1938.

53. Neuhaus, E. A personality study of asthmatic and cardiac children. Psychosom. Medicine. 20 (3): 181–186, 1958.

54. Noelpp, B., and Noelpp–Eschenhagen, I. Das experimentale asthma bronchiale des meersscheweinschens: II Mitterlung die rolle bedingter reflexes in des pathogenese des asthma bronchiale. Internat. Arch. Allergy. 2: 321, 1951.

55. Noelp, B., and Noelp–Eschenhagen, I. Med. Acta. 18: 142–149, 1951 b.

56. Ottemberg, P., Stein, M., Lewis, J., and Hamilton, C. Learned asthma in the guinea pig. Psychosom. Medicine. 20 (5): 395–400, 1958.

57. Pavlov, I. P. Conditioned reflexes. Dover Publications. New York, 1927.

58. Purcell, K. Distinctions between subgroups of asthmatics children: Children's perception of events associated with asthma. Pediat. 31: 486–492, 1963.

59. Purcell, K. Critical appraisal of psychosomatic studies of asthma. New York, J. Med. 65: 2103, 1965.

60. Purcell, K., Brady, K. Chai, H., Muser, J., Molk, L., Gordon, N., and Means, J. The effect on asthma in children of experimental separation from the family. Psychosom. Med. 31 (2): 144–164, 1969.

61. Raffel, S. Inmunity. Appleton–Century–Crofts. New York, 1961.

62. Rall, J. E., Bilbert, N.C., and Trump, R. Certain aspects of the bronchial reflexes obtained by simulations of the nasopharynx. J. Lab. & Clin. Med. 30: 953–959, 1945.

63. Ratner, B., Jackson, H.C., and Gruehl, H.L. Respiratory anaphylaxis: sensitization, shock bronchial asthma and death induced in the guinea pig by the nasal inhalation of dry horse dadder. Am. J. Dis. Child. 34–23, 1927.

64. Ratner, B., and Gruehl, H.L. Amer. J. Hyg. 10, pág.: 236–242, 1929.

65. Ratner, B. Experimental studies of asthma. In Abramson, H.A. Treatment of asthma. Baltimore, Williams & Wilkins, 1951.

66. Ratner, B. Temporal and quantitative factors influencing the development of experimental asthma in the guinea pigs. J. Allergy. 24: 316, 1953.

67. Ratner, B. Individual differences in guinea pigs in the development of experimental asthma. Trans. New York. Acad. Sc. 15: 77, 1953 b.

68. Rees, L. Physical and emotional factors in bronchial asthma. J. Psychosom. Res. 1: 98– 103, 1956 a.

69. Rees, L. Psychosomatic aspects of asthma in elderly patients. J. Psychosom. Res. 1: 212–220, 1956, b.

70. Reinberg, A., Chata, D., and Sidi, E. Nocturnal asthma attacks and their relationship to the circadian adrenal cycle. J. Allerg. 34: 323–329, 1963.

71. Rogerson, C.H. Hardcastle, D.H. and Duguid, K.A. Psychological approach to the problem of asthma and the asthma–eczema–prurigo syndrome. Guy's Hop. Rep. 85: 289, 1935.

72. Rogerson, C.H. The psychological factors in asthma–prurigo. Quart. J. Med. 6: 367, 1937.

73. Saenger, M. Uber. Asthma and seins behand lung (S. Karger, Berlín, 1971).

74. Saul, L.J. Physiological systems and emotional development. Psychoanal. Quart. 19: 158–163, 1950.

75. Santibañez, H. Comunicación personal. 1971.

76. Simonsson, B.G., Jacobs, F.M. and Nadel, J.A. Role of autonomic nervous system and the cough reflex in the increases responsiveness of a airway in patients with obstructive airway disease. J. Clin. Investg. 46: 1812; 1967.

77. Schatia, V. The incidence of neurosis in cases of bronchial asthma as determined by the Rorschach Test with Psychiatric Examination. Psychosom. Med. 3: 156–169, 1941.

78. Stein, M., and Ottemberg, P. Role of odors in asthma. Psychosom. Med. 20 (1), 60–65, 1958.

79. Studt, H. H., and Arnds, H.G. Psychische Faktoren bei asthma bronchiale: II Zeitschrift fur psychosomatische Medizin und psychoanalyse.

80. Strubing, P. Uber asthma bronchiale. Dtsch. Med. Waschr. 32: 1252, 1906.

81. Talma, S. Uber asthma bronchiale. Berlin. Klin. Waschr. 36: 1141, 1898.

82. Vles, S.J., and Groen, J. Een onderzoek van de persoonlijkheidsstructurbij jeudize asthmapjtienten mit behulp van de Behn–Rorschachproef. (An investigation into the personality structure of a group of juvenile asthmatic patients by the use of the Behn–Rorschach Test). Ned, Tijdschr. Psychol. 6 (1), 23–41, 1951.

83. Wilken–Jensen, K., Waal, N., Farup, B., and Bulow, K. Psychosomatic investigations of asthamtic children. Stock; Acta Pediatr. 40: Suppl. 83, 52–53, 1951.

84. Wittkower, E., and White, K.L. Psychophysiological aspects of respiratory disorder in arieti, S. (Ed), American Hand book of Psychiatry. New York, Basic Book. 1961.

85. Carmona, A., Miller, N., and Demierre, T. Instrumental Learning of gastric vascular tonicity responses. Psychosomatic Medicine, 1974 (in press).

¿EN QUE SENTIDO EXISTE COMUNICACION ENTRE EL HOMBRE Y EL ANIMAL DOMESTICADO?

Armand Frenkel Berger *

NECESARIA ACLARACION PRELIMINAR

Advertimos que utilizamos el término "especie" sin pretender darle su exacto significado biológico, sino un significado muy general, que se acerque a la noción de "categoría".

El cuadro clasificatorio más admitido por los biólogos especializados en anatomía comparada es: Reino – Filum – Clase – Orden – Familia – Género – Especie – Raza.

Tendríamos que sustituir las palabras "comunicación inter–especies" por: "comunicación inter–clases" (hombre y aves), "inter–órdenes" (hombre y perro; hombre y delfín), "inter–familias" (hombre y mono; delfín y ballena y marsopa). La comunicación "inter–especies" se llevará entre gato y tigrillo, perro y coyote. La comunicación entre dos perros de razas diferentes se llamará "comunicación inter–razas" o intra–especies".

Sin embargo, en la literatura que hemos consultado, nunca aparecen tales expresiones: Todos los autores hablan de "comunicación inter–especies".

DEFINICION DEL CONCEPTO "ANIMALES DOMESTICADOS"

Denominamos "animales domesticados" a todas las especies que se dejan manipular (más o menos fácilmente, definitiva o temporalmente) por el hombre. Distinguimos dos amplias categorías que llamaremos: los animales domesticados "por vocación" y los animales domesticados "por accidente". Ambos grupos comparten una característica común: el hombre los sacó de la Naturaleza y los introdujo en la Cultura; de constituyentes de la serie natural (especies, individuos) pasaron a ser, a menudo, verdaderos elementos de la serie cultural (1) (a veces grupos que el hombre organiza, a veces auténticas personas a quienes el hombre dota de "rol y status"). Los animales domesticados "por vocación" son aquellos para quienes existe una tradición de la domesticación; son los corrientemente llamados "animales domésticos". Los animales domesticados "por accidente" son todos los demás animales susceptibles de interesar al hombre y despertar en él el deseo de intentar con ellos un proceso de domesticación.

En la primera categoría, ubicamos los animales que, antes y después de la revolución neolítica, compartieron definitivamente la existencia de *Homo sapiens*. Todos

* Profesor del Departamento de Lenguas Modernas de la Facultad de Ciencias y Letras, Universidad de Costa Rica.

sufrieron cierta explotación racional, en el sentido de que si el hombre cuidó por sus vidas y controló su multiplicación es porque esperaba, a cambio, que estas especies sean útiles y le sirvan.

Los animales domésticos, a su vez los podemos repartir en dos grupos según el tipo de servicios que les impuso el hombre.

Unos animales domésticos constituyeron casi bienes inmuebles, especies de bodegas inagotables y de fácil alcance, donde se almacenaban víveres (carne, grasa, leche, sangre, etc.) y materias primas para la confección de ropa, armas e implementos (cuero, lana, cuernos, etc.). Estos animales (búfalos, vacas, ovejas, gallinas, etc.) casi siempre jugaron un papel pasivo: eran sencillamente fuentes inmediatas de sustento; el hombre no exigió de ellos que se convirtieran en esclavos, siervos o compañeros de trabajo. Entre estos animales y el hombre, el proceso de comunicación interindividual quedó embrionario, puesto que, generalmente, tomaba la vía de la unilateralidad (órdenes del hombre hacia el animal) y que cada parte demostraba a la otra sólo una pacífica indiferencia afectiva. El contacto humano no favoreció el desarrollo de una personalidad individual nítida en esta clase de animales domésticos que siguen viviendo en rebaños o bandas, tampoco ayudó a la formación de un lenguaje emotivo inter–especies.

Otros animales domésticos, el hombre los transformó en verdaderos colaboradores que participaron activamente en la vida social fundada sobre la división del trabajo. Algunos de ellos (bueyes y en cierta medida llamas, renos, camellos, elefantes, etc.) no traspasaron el estado de "máquinas orgánicas", que producen una energía motriz capaz de complementar o aliviar el esfuerzo muscular humano.

En muchos otros casos, estas bestias de carga o de tiro no sólo ofrecieron al hombre su colaboración en el trabajo, sino que además, fueron suministradores directos de alimentos, y de materias primas en las actividades artesanales. El trabajo en común del hombre con estos animales domésticos favoreció la aparición de un proceso de comunicación inter–especies más elaborado: hombre y animal se hicieron entender por medio de un lenguaje afectivo (gestos y gritos) cuya principal meta era el asegurar la coordinación en los movimientos y esfuerzos de los trabajadores. Unos pocos animales domésticos, como el caballo y el perro, lograron un status privilegiado en algunas civilizaciones. El hombre los desligó progresivamente de las tareas serviles y de la pesada labor de "tiempo completo". Hizo de ellos (principalmente de los perros) sus compañeros, sus amigos, inclusive sus confidentes; empezó con ellos a dialogar y posibilitó así, en los animales, la aparición de un lenguaje afectivo no completamente desprovisto de simbolismo; los elevó a veces al rango de miembros de la familia con su personalidad y derechos propios. En los casos extremos, estos antiguos siervos, el hombre los acepta como entes económicamente inútiles porque son improductivos; los remotos servidores se convierten fácilmente en auténticos parásitos, en dueños irascibles de la casa y uno puede preguntarse quién, del hombre o del animal, domesticó al otro.

En la categoría de los animales domesticados "por accidente", incluímos a las especies que habitualmente (o todavía) ni son indispensables a la subsistencia del hombre, ni participan en una división del trabajo humano. Pueden ser cualquier tipo de animales salvajes a quienes el hombre demuestra cierta simpatía; los alimenta más o menos regularmente, los mima en lo posible; a veces entra con ellos en un proceso de comunicación muy elaborado, a veces se contenta de gozar de su sola compañía.

Dos grupos se destacan en esta categoría. El primero incluye los animales cuya posesión satisface la vanidad, el sentido estético o el excedente de cariño humano, y los animales que despiertan en el hombre un interés científico mezclado con afecto. Muchos de los primeros, los podemos llamar "animales de lujo, de pompa, de ostentación". Son como bibelotes preciosos cuyo plumaje brillante o suntuoso pelaje adorna la casa. Son indicios de buen gusto y de fortuna; confieren prestigio a sus amos y son una joya adicional en el aderezo de sus amas. Entre ellos, citemos a todas las aves exóticas, los

peces multicolores, los felinos grandes y pequeños...

Los animales del segundo grupo desconciertan, porque, aunque siendo animales, presentan ademanes, conductas y una inteligencia cercanos de los del hombre. El ciudadano promedio se siente ligado a estos seres por un extraño lazo de hermandad, los mira con una ternura mezclada de conmiseración, se conmueve antes sus mímicas "tan humanas", se burla de lo que llama sus "torpezas", se maravilla de su vivacidad, de su inteligencia. El científico, probablemente animado por semejantes sentimientos, va más allá de la simple condescendencia: apasionadamente intenta establecer con estos animales —monos y delfines principalmente— contactos duraderos, fundados sobre un proceso de comunicación inter—especies altamente desarrollado. Hace tiempo que el hombre "hace buenas migas" con los antropoides; ¿no cohabitaron ambos en la misma selva? . Ya desde la antigüedad, el hombre ha podido apreciar la colaboración desinteresada del delfín salvando náufragos. No obstante, estos animales sólo se los empieza a estudiar sistemáticamente. Todavía no se conoce exactamente la extensión de sus posibilidades intelectuales. Estos entes son excepcionalmente dotados y capaces de cumplir tareas peligrosas y humanamente inasequibles. Por ello, permanecen bajo la latente y constante amenaza de ser explotados por el hombre, de servirle a fines quizá destructores y homicidas.

Este pensamiento pesimista, lo expresa muy claramente Robert Merle en su obra "Un animal doué de raison". Los héroes de la novela son delfines, hombres científicos cuya vocación es la de comunicarse con los mamíferos acuáticos y unos individuos sin escrúpulos que intentan apoderarse de los resultados de las investigaciones para aplicarlos en el campo del armamento. Basándose en el hecho de que los delfines pueden detectar objetos insólitos y bien escondidos gracias a las ondas que emiten debajo del agua, uno de los malhechores dice lo siguiente:

"Supposons que nous arrivions à enrôler et à dresser des bandes nombreuses de dauphins et à les faire patrouiller dans les eaux du Pacifique ou de l'Atlantique. Grâce à leurs sonars, ils pourraient déceler d'avance une flotte de sous—marins atomiques et nous aider à l'anéantir en semant des mines sur sa route. Ils pourraient aussi attaquer les navires de surface, en allant placer des bombes sour leur ligne de flottaison. Il pourraient même, le cas échéant, porter des bombes atomiques jusque dans les ports de l'adversaire. Dans ce cas, évidemment, il faudrait prévoir le sacrifice des animaux porteurs" (2).

LOS ANIMALES DOMESTICADOS ¿SON CAPACES DE ABSTRAER Y DE SIMBOLIZAR? ¿ESO EXPLICA POR QUE SE COMUNICAN CON EL HOMBRE?

Hablando de los vertebrados en general, dice Cuatrecasas que en estos puede desarrollarse la función gnóstica, "cuando sobre (ellos) aparecen estímulos nuevos o superiores capaces de desencadenar un entrenamiento específico" (3). En los animales domesticados, estos estímulos nuevos son suministrados por el hombre cuando intenta comunicarse con ellos.

Al principio, un abismo en la gradación del lenguaje simbólico separa a ambos interlocutores. Sin embargo, a medida que se manifiestan y se repiten los estímulos nuevos, paralelamente se esbozan, luego se desarrollan, en el animal, la mímica y los signos fónicos hacia la comunicación interindividual.

Los nuevos estímulos sensoriales determinan fases de atención del animal domesticado respecto a lo que lo rodea, hacen resaltar, posibilitan la aparición o la existencia de objetos o entes, que antes por falta de contraste, no se destacaban del medio ambiente y que, por consiguiente, ignoraba el animal. Al mismo tiempo que el animal domesticado va descubriendo nuevas entidades en el mundo exterior, se da cuenta que es diferente de los componentes de éste, le viene "cierto sentimiento de su existencia propia" (4) y empieza a individualizarse "o sea, a aislarse respecto del mundo exterior"(5).

Este sentimiento de individualización se acompaña de la toma de concienca de que hay que captar los elementos del mundo exterior; ello exige para poder seguir existiendo, que el animal mantenga con ellos cierto contacto íntimo que los salve de la nada. Entre los elementos del mundo exterior, el hombre ocupa, por supuesto, el primer plano para el animal domesticado. Con él, el simple contacto no basta. Con él, se inicia un verdadero proceso de comunicación interindividual donde el animal (y a veces el hombre) se expresa por medio del lenguaje emotivo, gestos y mímica.

Así, considerando tanto el lenguaje humano como aquél de los animales domesticados, podemos decir, con Juan Cuatrecasas, que ambos son un "medio de estructuración psíquica, de exteriorización emotiva contingente, de comunicación con el mundo exterior" (6).

En el animal domesticado, hay una relación sensorio–motriz emocional que condiciona los gestos. Pero hay además una capacidad de educación del animal para adquirir nuevas formas de actitudes; si el origen de su lenguaje es afectivo, su desenvolvimiento progresivo sigue sin embargo, en parte, la ley de los reflejos condicionados.

En parte, solamente. En efecto, algunos animales domesticados, cuyo grado de encefalización es bastante alto, pueden lograr rudimentos (en la mayoría de los casos) de un lenguaje simbólico.

¿En qué consiste exactamente el proceso simbólico?

Seguimos a Clifford T. Morgan en su explicación del mismo. En el proceso simbólico, no intervienen simples actos reflejos, ni siquiera respuestas condicionadas. En él, "el estímulo que dirige la acción está presente en el momento de la respuesta" (7). "La respuesta condicionada a un estímulo aparece en ausencia del mismo estímulo" (8) y "no sé explica por las condiciones momentáneas del medio" (9).

El autor distingue cuatro aspectos o fases en la sucesiva elaboración psicogenética de los procesos simbólicos:

1– Un proceso de trazas de conservación de un anterior estímulo, o sea restos anémicos de una experiencia sensorial pasada.
2– Un proceso de expectativa, que supone dos cosas: una representación de las anteriores experiencias del organismo (y así el acto simbólico se confunde con la memoria biológica, la abstracción, la imaginación) y una consiguiente electividad de los distintos tipos de respuestas (las acciones simbólicas no se pueden contestar directamente y su realidad se traduce por inferencia, por la interposición de nuevos factores entre el estímulo y la reacción).
3– Un proceso de seriación de funciones simbólicas, o sea la ordenación en el tiempo de las respuestas.
4– Un proceso de ordenación racional o lógica de las anteriores experiencias, lo que viene a ser el último grado de complejidad de las funciones simbólicas. A esta última fase correspondería la utilización del lenguaje, de la palabra como el instrumento abstracto que sustituye al objeto experimental (10).

Los dos primeros aspectos del proceso simbólico, los encontramos por lo general, en los animales domesticados, cuya corteza cerebral presenta cierto grado de desarrollo. En éstos, como dice Hermann Schnabl (11) la memoria individual (vista en el sentido de adquisición y almacenamiento de experiencias individuales) domina y juega un papel más importante que la memoria específica (o memoria genética, molecular o en forma de engranajes neuronales), suministra el reconocimiento de estructuras ya aprendidas anteriormente y acentúa la capacidad de aprendizaje del organismo. Además, en algunos casos, los animales domesticados muy evolucionados no gozan de una memoria individual de corto tiempo, orientada hacia una dirección ("almacenador que consiste en circuitos

de neuronas en las que una determinada información circula hasta que el impulso sea interrumpido por un dispositivo de contención determinado en el tiempo") (12), sino de una memoria de largo plazo, orientada hacia un contenido y que puede conservar informaciones durante semanas y años. Gracias a su memoria individual, los animales domesticados pueden mantener relaciones de comunicación interindividual con el hombre: analizan e identifican imágenes sonoras o gestuales de sus interlocutores humanos (este análisis consiste en un reconocimiento de las unidades sonoras o gestuales, lo cual supone una incesante intervención de la función mnémica) y realizan ulteriormente el sentido inmanente de estas imágenes.

En el lenguaje afectivo que sirve, a menudo, de vehículo mutuo en la comunicación entre el animal domesticado y el hombre, el gesto (que puede ser un "gesto vocal", como lo indica George H. Mead) es de suma importancia. Juan Cuatrecasas, con varios autores, ve en él el precursor del lenguaje humano: 'el lenguaje hablado es, en sus orígenes y en su desarrollo un complejo de expresión en el cual el gesto ocupa un lugar revelante, matizando y precisando el contenido real de su significado" (13).

Y George H. Mead agrega que el gesto puede convertirse en símbolo significante, tanto en el lenguaje típicamente humano como en el lenguaje afectivo propio de la comunicación inter—especies, cuando expresa emociones (hambre, dolor, alegría, miedo, tensión sexual, etc.), tiene una constante e idéntica significación para el individuo que lo produce y para el que lo recibe, y provoca, en los interlocutores, una reacción adaptativa siempre semejante (14). Todo eso sobreentiende que los interlocutores internalizan los significados de los gestos. George H. Mead considera que este proceso de internalización "sería la esencia del pensamiento" (15). Lo que deja suponer que los animales domesticados, implicados en una relación de comunicación con el hombre, son capaces de pensar simbólicamente.

Examinaremos, a continuación, en qué consiste el lenguaje afectivo de cuatro tipos de animales domesticados (perro, pájaros cantores imitando la voz humana, simios y delfines) y hasta qué punto estos organismos pueden desarrollar la función simbólica.

El lenguaje afectivo del perro es quizá lo más conocido por la mayoría de la gente. Sabemos que el movimiento de la cola es el medio más común de la expresión de la alegría en este animal, que sus ojos y orejas son capaces de expresar toda una gama de emociones, que los sonidos que emite pueden presentar varios matices: amenazantes gritos de ataque, agresivos gruñidos de furor, lamentos desesperados del animal castigado, frustrado o golpeado, ladridos de reproche o de reivindicación, gritos de invitación al juego, gritos de loca alegría con los que recibe al amo o la comida, susurros de beata satisfacción cuando uno le rasca el lomo, etc.

En el proceso de comunicación con el hombre, el perro no se limita a exteriorizar emociones, puede además llamar la atención de su amo hacia objetos del mundo circundante. Así, "el perro que quiere abrir una puerta, la golpea, la rasca y la empuja con el gesto inicial de apartar el obstáculo" (16); si quiere jugar con una pelota o un bastón, coge el juguete entre las quijadas o lo empuja con las patas y lo deposita en la mano o al pie de su dueño, etc. Estos comportamientos se acompañan, por supuesto, de todos los posibles e imaginables ladridos y mímicas.

Varios naturalistas se han preguntado si los ruidos que hace el perro, los gestos que exhibe en determinadas circunstancias y que el hombre interpreta y comprende, son interpretados y entendidos de la misma manera por los perros. ¿Se trata de un "lenguaje" de los perros o bien de un "lenguaje" entre el perro y el hombre? .

Juan Cuatrecasas opina por la segunda hipótesis. Dice que "(...) la cohabitación (del perro) con el hombre constituiría la ocasión de manifestarse la expresión mímica" (17); que "(...) siendo el perro incapaz de encontrar en su misma rezagada capacidad psíquica, este plano dialogante que ni en su forma rudimentaria puede ofrecerle ningún congénere suyo, encontrará en su protector humano el estímulo suficiente para desencadenar la

aparición de (un) esbozo de lenguaje (...)" (18).

Esta afirmación nos lleva a plantear la siguiente pregunta: la domesticación de una cualquiera especie animal, bastante evolucionada pero desprovista de lenguaje, por otra especie, dotada de un lenguaje, cuando se acompaña de interés y afecto mutuos ¿puede permitir que nazca un lenguaje rudimentario en la especie "inferior"? .

Si el hombre, habitualmente interpreta y comprende correctamente los mensajes gestuales y sonoros del perro, notamos que el perro, por su lado, es apto para comprender algunas palabras o frases humanas: el animal reacciona, por ejemplo, a las órdenes verbales de su amo. ¿Significa eso que el perro comprende nuestro lenguaje del mismo modo que el hombre? ; que, en él, la función simbólica se desarrolló hasta tal nivel que el animal pueda captar y entender el contenido semántico de las palabras? . Juan Cuatrecasas contesta que "cada palabra–sonido humano es capaz de desencadenar reflejos condicionados en el animal en relación con determinadas emociones" (19) y Vandel agrega que "(...) el animal traduce el lenguaje humano a su propio lenguaje afectivo" (20). El perro interpretaría, pues, los movimientos imperceptibles del ser humano, incluso ciertas palabras, pero sin alcanzar su significado específico.

Estas afirmaciones no impiden sin embargo, que el perro sea capaz de abstraer o, mejor dicho, de realizar unas generalizaciones. Así, dice el mismo Juan Cuatrecasas, "el perro reconoce todos los perros, cualquiera que sea la raza, el tamaño o el color. Reconoce también al hombre. Es decir tiene una primera noción de especie zoológica" (21).

La opinión del autor nos parece un poco tímida; nos arriesgaremos a pretender que la capacidad de generalización del perro se basa en un fundamental principio de dicotomía, que se expresa en varios campos y brota del fenómeno mismo de la domesticación. Básicamente, hay cosas que se le permite y cosas que se le prohibe. El amo acepta de su perro que se comporte como el guardián de la casa, del rebaño, etc., y como un fiel compañero. Se niega a aceptar comportamientos que irían en contra de estas exigencias. De aquí, especulando un poco, podríamos decir que el animal vendría a ser capaz de diferenciar las actitudes positivas de las negativas, tendría así lo que nosotros, los humanos, llamamos un esbozo de "ética profesional" y aun una "moral canima rudimentaria". Como la mayoría de los hombres, el animal actuaría en función de posibles sanciones: recompensas o castigos.

Otra dicotomía, se la encuentra en el plano de los objetos. El perro reconoce perfectamente bien cuáles son sus pertenencias y cuáles son las de sus amos, cuáles son los habituales componentes de su territorio, del territorio de sus amos y los elementos extraños, nuevos, insólitos que se agregan a ambos.

De aquí, sostenemos que el perro puede poner en unas categorías bastante abstractas todos los elementos que es capaz de percibir en el mundo externo: lo que se puede hacer y lo que no se puede, lo que le pertenece en propiedad y las propiedades de los demás, los elementos tradicionales del medio ambiente y los que sobrevienen.

Del lenguaje afectivo propio de los pájaros cantores y del grado de desarrollo de su función simbólica hablaremos muy poco. Recurriremos otra vez a Juan Cuatrecasas, que resume muy bien el estado de conocimientos que tenemos a su respecto: "En algunos (de los pájaros cantores), el proceso de imitación de la voz humana es evidente, mediante el parendizaje. Tampoco (no) hay comprensión de las palabras en el sentido humano, pero los sonidos semiarticulados o las palabras articuladas poseen un contenido emocional que puede relacionarse con el tipo de sonido. Así la cotorra puede emitir, en los momentos de irritación, sonidos aprendidos bajo el signo de la cólera que serían injurias auténticas mientras que en momentos de placidez daría palabras suaves" (22).

¿Qué sabemos hasta el momento del lenguaje afectivo de los antropoides? . En estado natural, exactamente como los demás vertebrados, gesticulan y emiten sonidos cuando son presos de las necesidades fisiológicas primarias (hambre, sed, libido) y a ciertos

estados afectivos (miedo, dolor, alegría, excitación, etc.); algunas vocalizaciones acompañan además a ciertas ocasiones (como la toma de alimentos, por ejemplo). Los sonidos emitidos por los monos pueden variar cualitativa y cuantitativamente. Así, en el gibón, se ha descrito de 15 a 20 sonidos diferentes según el tipo de emoción que quiere expresar; el chimpancé puede modular entre 20 ó 30 sonidos inarticulados, entre los cuales se destacan gritos de alarma, de miedo, de mando, de juego, llamamientos, etc. Estos gritos inarticulados se convierten en un esbozo de voz humana, pero no parecen corresponder a palabras definidas con simbolismo capaz de abstracción. Si los antropólogos reconocen a los simios un rudimentario lenguaje de gestos—gritos, afirman, sin embargo, que estos animales, aunque fisiológicamente bastante cercanos al hombre, son incapaces de hablar, en el sentido humano del término. No se trata de una imposibilidad del aparato fonador periférico. En efecto, la laringe y la cavidad bucal de los monos no difieren esencialmente de las del hombre. ¿Qué falta entonces? : Varias cosas.

Primero, una base anatómica adecuada que permite el desenvolvimiento de un lenguaje articulado: un cerebro suficientemente complejo y una estructura neurológica funcional que puedan mandar a los músculos faringo—bucales necesarios para la articulación. Segundo, una necesidad innata, hereditaria para hablar, tal como se la encuentra en el hombre. El niño humano, dice Monakow, "exhibe una tendencia congénita e irresistible a hablar. Y las primeras manifestaciones de la articulación verbal aparecen aglutinadas por una sintaxis tan rápidamente asimilada, que puede hablarse de una herencia articulante" (23). Este fenómeno no se observa en los monos. Tercero, una inteligencia susceptible de manifestar y entender todo el simbolismo verbal. Cuarto, la volición, haciendo que la emisión de sonidos no sea un mero acto—reflejo, una simple respuesta a estímulos del mundo exterior.

Una vez domesticado, el simio, como el perro, llega a ser capaz de comprender algunas palabras o frases humanas, pero no logra verdaderamente obtener contenido conceptual de las mismas. Basándose en el hecho de que el hombre es "sapiens" porque es "loquens", que dispone de una "herencia articulante", pero que, para articular, necesita aprender a hablar, varios investigadores han intentado enseñar lenguas humanas a los antropoides. Tuvieron poco éxito, pues tropezaron con todo los obstáculos que acabamos de enumerar.

En 1925, R.M. y A.W. Yerkes realizaron los primeros ensayos científicos sobre el aprendizaje del chimpancé, utilizando los reflejos condicionados. Pero no lograron ninguna asociación del sonido silábico con la presentación de una golosina, tampoco lograron ningún esbozo de repetición del sonido.

En 1955, los hermanos Hayes recogieron una hembra de chimpancé —Viki— recién nacida, la educaron en ambiente familiar y trataron de enseñarle el inglés. La meta fundamental de los hermanos era que Viki reproduzca por sí misma unas palabras ya internalizadas, que sus vocalizaciones no sean meras respuestas condicionadas a estímulos externos. Así, por ejemplo, para poder obtener alimento, el animalito tenía que articular "cup" (taza); para ser mimado, tenía que pronunciar "dad" (papá), etc. A los 14 meses, Viki podía balbucear: "mamá", a los 24 meses: "papá", a los 28 meses: "cup" y a los 3 años: "up". Nunca, y a pesar de los cotidianos ejercicios, el vocabulario de Viki sobrepasó este pobre número de 4 palabras. Además, la mona utilizaba estos pocos vocablos para pedir alguna cosa, jamás para designarla sin equivocación y cuando mendigaba una golosina a los invitados de sus amos, se dirigía llamándoles indistintamente "papá" o "mamá". Otra vez, el intento de enseñar al animal el asociar palabras con objetos había fracasado.

Lo mismo sucedió en el caso de Furness que logró inculcar a un orangután la palabra "papá" después de 6 meses de intenso y cotidiano entrenamiento.

¿Cuáles conclusiones podemos sacar de los resultados obtenidos por los precedentes

investigadores? Que si, en general, se considera al mono como muy apto para la imitación, sin embargo, le resulta muy difícil imitar la pronunciación humana, a pesar de dedicarle pacientemente horas de prueba. Que el esbozo de lenguaje de los simios es espontáneo: no resulta de la educación, tampoco se perfecciona notablemente por la enseñanza.

¿Significa eso que a los antropoides les sean imposibles la abstracción y la generalización? .

No, en absoluto. En efecto, hace unas décadas, el investigador belga Verlaine logró enseñar a un macaco a distinguir lo viviente, lo muerto, lo vegetal, lo animal; el simio realizaba nítidas diferencias entre objetos metálicos, de madera o de tejido. Podía clasificar perfectamente, cada uno en su reino respectivo, un plumón o un copo de algodón, un clavo y un fósforo.

R. Allen y Beatrice P. Gardner, profesores de la universidad de Nevada, se dedican actualmente a unos experimentos, cuya meta es el demostrar que la función simbólica sí se la puede educar y desarrollar en algunos monos. El objeto de sus minuciosos e incansables estudios es un chimpancé, Washoe. Del chimpancé, los Gardner conocen tanto las virtudes como los defectos. Saben que este animal puede organizar su universo perceptivo hasta crear nuevas relaciones entre el fin y los medios. Además, es el único antropoide capaz de reconocer dibujos y fotografías, de interesarse en la proyección de una película. Pero los investigadores saben igualmente cuáles son las limitaciones del mono: usa su voz sólo en períodos de gran excitación física y necesita un tiempo considerable para asimilar un vocabulario de palabras humanas numéricamente ridículo. Refiriéndose a este último obstáculo, los Gardner decidieron enseñar a su chimpancé no el inglés hablado, sino un inglés gestual: un derivado del American Sign Languaje (A.S.L.), que usan los sordos–mudos en los Estados Unidos.

Desde el principio, Washoe tenía toda la suerte de poder asimilar este lenguaje gestual, puesto que casi todos los comportamientos del chimpancé se acompañan de movimientos de las manos. ¿Cuáles son los resultados obtenidos hasta hoy en día? . Tras 22 meses de intensivo aprendizaje, Washoe reconoce y utiliza 34 signos diferentes. Se le enseñó a tomar como costumbre el lavarse los dientes después de las comidas. Para designar el cepillo de dientes el mono se los frota con el dedo índice. Cuentan los Gardner que un día, mientras pasaban un rato en la casa de unos amigos, Washoe empezó a explorar la morada. Llegó al cuarto de baño, divisó un cepillo de dientes y el animal, que no había recibido nada de comer, hizo el gesto de lavarse los dientes. Concluyeron los Gardner que Washoe actuó exactamente como si tuviera ganas de dar su nombre correcto a un objeto, con la intención de comunicarse por gestos. Ya desde el sexto mes de educación, el chimpancé podía utilizar un mismo signo gestual en situaciones muy diferentes. Así, el gesto significando "abierto", lo aplicaba a todos los objetos provistos de puertas y susceptibles, pues, de poder abrirse. El gesto "llave", lo hacía frente a todas las cerraduras. Y asociaba el gesto "perro" aun con los lejanos ladridos de un perro invisible. Después de 22 meses de aprendizaje, Washoe ya no se contentaba con utilizar unos gestos limitándose a sencillos pedidos (signos designando objetos que el animal obtenía y usaba después de haberlos solicitado), sino que lograba ajustar diversos gestos–palabras entre sí, para constituir verdaderas oraciones mudas. Parece que el animal es actualmente capaz de traducir gestualmente frases tales como: "dame (la) llave (para) abrir, por favor" y "discúlpeme, estoy escuchando (el) perro".

Un complejo proceso de comunicación acaba de establecerse entre el hombre y el animal.

Estos prodigiosos resultados vienen a conmover seriamente los prejuicios que unos podrían tener acerca de la facultad de abstracción del chimpancé.

Se nota, pues, que en los últimos años, cambia completamente la óptica de los investigadores implicados en experimentos de comunicación con los simios: ya no

intentan enseñarles a pronunciar sonidos humanos, tampoco a articular entre ellas unidades de sonido. Algunos investigadores tratan de enseñarles a articular entre ellas unidades de pensamiento, conceptos, siendo representada cada una de estas unidades por una forma y un color específicos en una pantalla magnética. Diríamos que la nueva tendencia consiste en alejarse siempre más del campo meramente lingüístico, para ingresar definitivamente en el campo psicológico del desarrollo de las facultades intelectuales de los monos.

Los más adelantados estudios sobre la comunicación entre el hombre y el delfín son probablemente los que el Doctor Lilly realiza, desde unos años, en su laboratorio de Virgin Islands. Afirma este investigador (que intenta enseñar el inglés al animal) que el cetáceo habría logrado niveles muy altos en el desarrollo de la función simbólica: al contrario del perro y aun de algunos simios, el delfín puede imitar espontáneamente la voz humana, emitir intencionalmente un sonido (acto volitivo y no respuesta condicionada a un estímulo del mundo exterior) y establecer una clara y constante relación entre la palabra que repite y el objeto que esta palabra designa. Según dice Lilly, el delfín habría alcanzado la noción específicamente humana de la palabra–símbolo.

Interpretando y anticipando, en parte, los resultados obtenidos por el Doctor Lilly, el novelista francés Robert Merle, en su obra "Un animal doué de raison", ponen en escena al delfín Iván, sometido al aprendizaje del idioma inglés. En el libro, Iván manipula con destreza los símbolos lingüísticos más abstractos (como "right", "left", "in", "out", etc.) y usa, sin ningún error de sentido, cierta colección de verbos (como "to go", "to come", "to listen", "to look", "to speak" etc.). Sin embargo, el animal presenta unas imperfecciones en su modo de hablar: "delfiniza" demasiado los sonidos humanos (su voz queda aguda, gangosa y chillona; no es siempre fácil comprenderla); logra pronunciar sólo monosílabas (cuando se le enseña palabras de dos sílabas, el animal recuerda únicamente la última, que el acento tónico caiga o no sobre ella); no puede asociar varias palabras entre ellas para formar oraciones inteligibles. Al final de la novela, el delfín logra sin embargo, pasar de la palabra a la oración, habla pues el lenguaje humano, para pedir a los investigadores, que lo educan, que reinstalaran en su alberca a la delfina de quien se enamoró.

El delfín no es el único centro de interés del Doctor Lilly. Actualmente, el sabio intenta experimentos de comunicación inter–especies con otro cetáceo, el cachalote, que pudiera ser aun más dotado que el delfín. El Doctor Lilly considera que este mamífero tiene "un cerebro de primera clase": es seis veces más grande que el nuestro y de una semejante complejidad. El animal usaría sólo una ínfima parte de este órgano para las computaciones necesarias a su supervivencia (búsqueda del alimento, caza, vida sexual, huída frente a un peligro, etc.). Utilizaría lo restante para "funciones superiores que nos son imposibles de imaginar" (24).

Para pensar, como lo hace el hombre, dice el Doctor Lilly, el cachalote no necesitaría usar más de una sexta parte de su enorme cerebro: en otras palabras, nuestros más sutiles pensamientos bien podrían aparecer al animal como unos reflejos automáticos y primitivos. Según el investigador, el cachalote reconocería la superioridad del hombre sólo en el arte de matar.

El Doctor Lilly desea que se realice un enorme esfuerzo, a nivel de la N.A.S.A., para lanzar un programa científico en vista de establecer una permanente comunicación con los cachalotes y los delfines. Dice el sabio que estos mamíferos podrían abrirnos un nuevo mundo intelectual, con insospechables experiencias, un modo inédito de pensar, una filosofía desconocida.

NOTAS

1. "La série naturelle comprend, d'une part, des catégories, d'autre part, des individus; la série culturelle comprend des groupes et des personnes". Claude Lévi–Strauss. *Le totémisme aujourd'hui*, Presses Universitaires de France, Paris, 1965, p.23.

2. Robert Merle, *Un animal doué de raison*, Gallimard, Paris, 1972. p.80.

3. Juan Cuatrecasas, *Psicobiología del lenguaje*, Alfa, Buenos Aires, 1958, p.192.

4. Ibid, p.194.

5. Ibid, p.194.

6. Ibid, p.192.

7. Cita de Clifford T. Morgan, hecha por J. Cuatrecasas, Opus cit., p.212.

8. Ibid, p.212.

9. Ibid, p.212.

10. Juan Cuatrecasas, Opus cit., pp.212–216.

11. Hermann Schnabl, *Sobre la función de la memoria en los procesos de comunicación*, in "Educación", vol. 5, Instituto de Colaboración Científica, Tübingen, 1972, pp.86–87.

12. Ibid, p.87.

13. Juan Cuatrecasas, Opus cit., p.197.

14. Ibid, pp.195–198.

15. Cita de George H. Mead, hecha por J. Cuatrecasas Opus cit., p. 196.

16. Juan Cuatrecasas, Opus cit., p.191.

17. Ibid., p.193.

18. Ibid., p.193.

19. Ibid., p.203.

20. Ibid., p.203.

21. Ibid., pp.203–204.

22. Ibid., p.200.

23. Cita de Monakow, hecha por J. Cuatrecasas, Opus cit., p.243.

24. Robert Sténuit, *Otaries, phoques, baleines: les plus nobles conquêtes des aquanautes*, in "Sciences et Vie", Tomo CXVII, N° 624, septiembre de 1969, pp. 40–51 y p. 128.

BIBLIOGRAFIA

BUYTENDIJK, F.J.J. *L'Homme et l'animal, essai le psychologie comparée*, Gallimard. Paris, 1965.

CUATRECASAS, Juan. *Psicobiología del lenguaje*, Alfa, Buenos Aires, 1958.

FABRICIUS, Eric. *La conducta de los animales*. Eudeba, Buenos Aires, 1966.

FLANAGAN, James L., *The synthesis of speech*, in "Scientific American", Vol 226, N°2, febrero de 1972, pp.48–58.

FOEX, J. A. *L'orque épaulard, fauve sentimental* in "Sciences et Vie", tomo CXIX, N°645, junio de 1970, pp.92–95.

GERBNER, George. *Communication and Social Environnent* in "Scientific American", vol 227, N°3. septiembre de 1972. pp.152–160.

GOLDBERG, J. y SERGENT, J–P. *Les phénormes, téléphone et code civil des sociétés animales*, in "Sciences et Vie", tomo CXV, N°617, febrero de 1969, pp.44–53.

GOLDMARK, Peter C. *Comunication and the community*, in "Scientific American" vol. 227, N°3, septiembre de 1972, pp.142–150.

HORMANN, Hans. *Las funciones del habla y del lenguaje*, in "La comunicación" de Haseloff, Otto Walter, Tiempo Nuevo, Caracas, 1970, pp.77–86.

JAKOBSON, Roman. *Verbal Communication*, in "Scientific American". Vol. 227, N°3, septiembre de 1972, pp.72–80.

LASSWELL, Harold D. *Signos, señales y símbolos*, in "La comunicación", de Haseloff. Otto Walter, Tiempo Nuevo, Caracas, 1970, pp.65–76.

LEVI–STRAUSS, Claude, *Le totémisme aujourd'hui*, Plon, Paris, 1965.

MESSADIE, Gérald. *Vos gestes en disent plus long que vos mots*, in "Sciences et Vie", tomo CXV, N°620, mayo de 1969, pp.74–81.

MERLE, Robert. *Un animal doué de raison*, (roman), Gallimard Paris, 1972.

MILLER, George A. *Lenguaje y pensamiento*, in "La comunicación", de Haseloff, Otto Walter, Tiempo Nuevo, Caracas, 1970, pp.87–100.

PIERCE, John R. *Communication*, in "Scientific American", vol. 227, N°3, septiembre de 1972, pp.30–41.

PREMACK, Ann J. and David. *Teaching language to an ape*, in "Scientific American", vol. 227, N°4, octubre de 1972, pp.92–99.

PRIETO, Luis. *Messages et Signaux, P.U.F., Paris, 1966.*

SCHNABL, Hermann. *Sobre la función de la memoria de los procesos de comunicación* in "Educación", vol. 5, Instituto de Colaboración Científica, Tübingen, 1972.

SIRE, MARCEL. *La vie sociale des animaux,* Du Seuil, París, 1968.

STEINBUCH, Karl. *Técnicas de la comunicación*, in "La comunicación", de Haseloff, Otto Walter, Tiempo nuevo, Caracas, 1970, pp.47–66.

STENUIT, Robert. *Otaries, phoques, baleines: les plus nobles conquêtes des aquanautes* in "Sciences et Vie", tomo CXVII, N°624, septiembre de 1969, pp.40–51 y p.128.

TINBERGEN, N. *La vie sociale des animaux* Payot, Paris, 1967.

TINBERGEN, N. *L'étude de l'instinct, Payot, Paris, 1971.*

VERCORS. Les animaux dénaturés, (roman), Albin Michel, Paris, 1952.

VIDAL, Jean. *Un singe à l'université* in "Sciences et Vie". tomo CXVI, N°627, diciembre de 1969, pp.88–95 y 168.

WICKLER, Wolfgang. *Sistemas de entendimiento entre los animales*, in "La comunicación" de Haseloff, Otto Walter, Tiempo Nuevo, Caracas, 1970, pp.21–32.

WILSON, Edward O. *Animal Communication* in "Scientific American", vol. 227 N°3, septiembre de 1972, pp.52–60.

LA ESTRUCTURA INTERNA DE "EL ARBOL DE LOS PAÑUELOS" Y SUS NIVELES TEMPORALES
(Novela de Julio Escoto, hondureño)

Licda. Virginia de Fonseca *

Desde el momento en que abrimos las páginas de esta novela tropezamos ya con la complejidad externa: un prologuillo y tres partes que no siguen el orden cronológico.

Interesa aquél sobremanera. No se trata allí del autor–personaje, sino de lo que podríamos llamar el autor–autor. En efecto, es el mismo Julio Escoto quien se vale del recurso de declarar que la historia que aparece bajo el título *El árbol de los pañuelos* es sólo transcripción taquigráfica del relato que recibió de labios de Eulogio,veinticinco años atrás, en un rato de lucidez que tuvo este "loquito". ¿Y qué le cuenta este hombre, anciano ya? . La historia de Balam Cano, hijo de un brujo que por tal condición fue muerto en Ilama en 1843. A su vez, el pueblo ejecutor de semejante justicia fue condenado a muerte e indultado después.

El prologuillo sirve para abrir la historia con la motivación de la conducta de Balam Cano. Su odio a la gente de Ilama obedece a que esta ciudad condenó a su padre.

Pero hay más. También ayuda a esclarecer la complejidad de la técnica narrativa que funde al narrador protagonista –Balam– con el narrador testigo –Eulogio. Sabemos entonces que toda la versión procede de este último, en forma tan viva, que espeja la conciencia de Balam. Por eso en el transcurso de la lectura olvidamos a menudo al narrador testigo.

Desde luego, no es la primera vez que la literatura acude al artificio de atribuir el relato a fuente ajena al autor. Citamos no más dos casos ilustres, uno clásico y otro contemporáneo. Cervantes quería burlarse de los libros de caballería y finge que la historia del hidalgo manchego es de Cide Hamete Benengeli; hoy *El informe sobre ciegos*, tercera parte de la novela *Sobre héroes y tumbas* de Ernesto Sábato, pasa por una investigación de Fernando Vidal Olmos.

Volviendo a *El árbol de los pañuelos*, cada una de las partes se subdivide en una serie de porciones que provisionalmente llamaremos cortes. La primera tiene cincuenta, la segunda ventiséis y la tercera sólo uno.

Esta obra, construida de acuerdo con las técnicas narrativas propias de la novela contemporánea, exige del lector actitud atenta e inteligente, para que pueda relacionar estos cortes con los de mucho más allá; para que vea la continuidad o el anticipo que existe entre esta situación y aquella otra. La novela es, pues, un rompecabezas. El gozo estético lo halla el lector, no sólo en la busca del desarrollo de los acontecimientos, sino

* Profesora del Departamento de Lingüística y Literatura. Universidad de Costa Rica

de modo muy especial, en armar las porciones de ese rompecabezas, de acuerdo con la lógica interna de la obra.

Partamos del protagonista Balam Cano. ¿Quién es? . Ya lo adelantó el prologuillo: el hijo de un brujo y de Eulalia, una mujer mortal. Usamos este calificativo para ella, porque la novela dice que los brujos no mueren; pueden mudar de apariencia, hasta resurgir en un animal, porque son indestructibles.

Balam Cano es así un ser ambiguo, con parte de brujo y parte de mortal. Aquélla tiene sedimentos demoníacos; ésta, humanos.

Cuando comienza la novela lo hallamos en mitad del camino, rumbo a Ilama, luego de tres días de ausencia por un viaje que había hecho a la ciudad, según predicción de su madre.

En ese primer corte hay una serie de indicios de muerte.

> "El aire sale sobrando, cuando uno quiere lo usa y cuando no, cuando se encapricha, se muere y ya no lo respira" (1).

> "Se está uno quieto, quietecito, soportando toda la tierra húmeda por la lluvia y por los orines del zorrillo, viendo para arriba, si es que no se muere fusilado y sin comunión, y espantando los gusanos para que empiecen por abajo, por los pies y no por la nariz..." (I, 1, 12).

Por supuesto que es necesario haber llegado al corte número once de la primera parte, para saber que en ese camino a Ilama los militares han dado una golpiza a Balam Cano, y por eso se halla tendido en el suelo, entre las piedras. Además de la invalidez física, el personaje queda sumido en una especie de inconsciencia. Ese estado psicológico subliminar permitirá las alteraciones temporales.

En el corte número cinco (parte I), Balam tropieza con el milpero. A éste le extraña oír hablar de Ilama y declara que tal lugar no ha nacido todavía y que tampoco quiere verlo nacer.

En el corte once (parte I), aparece un viejo de quien le había pronosticado el milpero (en el corte cuatro) que ese anciano sí vería nacer al pueblo ilameño. En el diálogo entre Balam y el viejo hay algunas frases significativas respecto de lo temporal.

Aquél declara que va hacia Ilama. El viejo dice que la verá nacer y añade aludiendo a su interlocutor:

> "— ¡Ah! Usted va adelante del tiempo. Mala cosa. Va a morir pronto o es brujo" (p.23).

Y luego, refiriéndose al padre y al tío de Balam, continúa:

> "—.....y después fusilaron a dos. Pero de eso hace mucho, mucho tiempo *en el futuro* porque yo no he visto nacer a Ilama..." (p.23).

Balam es un ser extraordinario. Ya podemos ubicarlo temporalmente, lo mismo que los diferentes planos de la acción. Pero permítasenos antes añadir otros detalles.

Balam, golpeado y casi inconsciente está tendido en el camino. En ese lugar recuerda o sueña una serie de hechos en torno a sus padres y a su propia suerte.

Cabe entonces el siguiente esquema:

* Protagonista: Balam Cana Futuro Tiempo del protagonista

Saber por anticipación

Presente (camino) Tiempos de la narración

Secuencia Pasado próximo (ciudad) + + + + + + + Presente (¿camino o casa de San José de Oriente?) Secuencia

Denuncia contra militares Pasado remoto (llama) (espacio mágico)

Microsecuencias Denuncias contra la ignorancia del pueblo y contra el cura

Denuncia contra abusos de los militares

La secuencia está constituida por el viaje a Ilama para que allí se reúnan padre e hijo. Las microsecuencias, por los recuerdos del protagonista sobre su vida anterior en Ilama.

Este saber anticipado que constituye la historia de la familia Cano en Ilama tiene dos fundamentos principales:

a) La condición de brujo del personaje que entra en consorcio con lo maravilloso (da paso al realismo mágico).

b) El estado anormal de delirio que vive el personaje como consecuencia del maltrato de los militares y la fiebre que le entró (da paso al surrealismo).

Alguna vez, pensando en su doble condición de brujo y humano, reflexiona Balam:

> "No sé si sentiré alguna vez que estoy en otro tiempo o si estoy en mi tiempo pero fuera de él" (I, 5, 16).

En la parte segunda, corte veintitrés, cuando Cora quiere salvar a Balam de la aprenhensión del militar, pide auxilio a su madre bruja, la Decuerámade, la cual aconseja a la muchacha:

> —"Pide que sea un sueño, estúpida. Pide que simplemente esté soñando, que duerma, que nada ha sucedido, que todo lo que ha pasado fue simplemente una pesadilla y que continúa dormido en su casa, en el campo, en el camino..." (p.132).

Pareciera, pues, que Balam no se ha movido del camino. Otras referencias lo confirman, como si sólo se tratase de un moribundo que recuerda hechos pasados o que los vive anticipadamente.

En el corte veinticinco de la primera parte, Balam corta sus recuerdos y agrega:

> "Llevo tirado tanto tiempo viendo pasar el sol y la luna, que acabará por gustarme. Lo estoy sintiendo (cantar de grillos rústicos y amotinados). Y en cuanto pueda

moverme, ya que no tengo piedra en que apoyarme ni pierna que apretar, me extenderé todo a lo largo, para que las piedras se acomoden. Uno acaba gustando la tierra que lo ha de arropar" (53).

Y más adelante, cuando en su delirio va huyendo del militar hacia su casa de San José de Oriente, junto a su miedo, siente así:

"Por momentos me parece que continúo tirado en el camino, que voy soñando presencias y acumulando desvaríos. Que voy, no; que estoy confinado en aquella cárcel de piedras duras, rasposas, con piedras que intentan metérseme en la lengua para repetirme una historia y otra y otra..." (II, 20,125).

De este modo Balam Cano mira como pesadilla, desde su tiempo que es el futuro, lo que le corresponderá vivir, la historia de la novela, cuyas temporalidades, independientes de la del protagonista, se mueven en dos direcciones: una proyectiva –el presente de la narración– que comienza en el camino a Ilama y termina en este pueblo, en la antigua casa de los padres de Balam, en San José de Oriente, aun cuando fuera como alucinación; la otra dirección es la retrospectiva, suma de recuerdos, que a su vez se bifurcan en el pasado próximo –viaje de tres días a la ciudad– y el pasado remoto –la Ilama de la época de sus padres y abuelos.

El presente del relato constituye una gran secuencia cuyo propósito es la reunión de padre e hijo después de vengar a aquél del último de sus antiguos enemigos.

Los muchos episodios recordados en la dirección retrospectiva constituyen una serie de microsecuencias. En conjunto son más importantes que la secuencia porque ellas son las portadoras del espacio mágico.

Todos los personajes están subordinados al protagonista no sólo desde el punto de vista del suceder, sino porque sobre ellos se proyecta, indirectamente, la temporalidad de Balam Cano: la historia viene a ser entonces un saber anticipado de aquél.

Balam quiere determinar cuál de sus dos naturalezas es la que prevalece. Parece un pequeño Hamlet atormentado por la duda, en una especie de "ser o no ser"...brujo. Ello implica un problema moral: si es brujo necesariamente ha de ser malo; si es mortal, como su madre, bueno. Sin embargo, su padre, a pesar de brujo, era también bueno.

Su madre, Eulalia, lo enseñó a venerar la memoria del padre, al mismo tiempo que a sentir odio por quienes lo ofendieron.

Eulogio, que conocía muy bien la historia de la atormentada familia de los Cano le cuenta a Alida que el muchacho "quedó huerfáno desde antes de nacer y a su madre se la llevaron de aquí entonces" (I, 21, 48).

"Su mamá, Eulalia, sin proponérselo le trasmitió el odio que sentía por todo el pueblo. Balam lo mamó. Por eso es así, tan extraño, tan huraño con todos..." (I, 23, 52).

Por las citas anteriores se advierte que la naturaleza de las relaciones entre los personajes permite coocer el mundo en que se mueven. Helas aquí, de acuerdo con las temporalidades de la narración.

En el presente

Relaciones con	
	militares del camino: atropello
	Higinio: compasión
	Juan Gallinas: rivalidad por la mujer
Balam	Decuerámade: utilitaria
	Cora: amorosa
	barquero: solidaridad
	dueño del cañaveral: víctima de la venganza.

En el pasado

Relaciones con

	madre: familiar
	abuelo: familiar
	abuela: familiar
	Eulogio: amistad primero y luego rivalidad
Balam	Alida: amorosa
	mecapalero: enemistad
	militares de la ciudad: atropello
	milpero: enemistad
	Juan Gallinas: rivalidad
	viejo: mágica
	padre: mágica

Examinemos primero las relaciones del pasado. Las familiares, de madre y abuelos, acentúan la preocupación del muchacho por su naturaleza: ¿brujo o humano? . El abuelo, más que la vieja Venancia, cree que Balam ha heredado la condición del padre; atribuye a ello sus malignidades como cuando le cortó la mano al mecapalero o se llevó consigo a Alida, la profesora novia de Eulogio. Para la abuela aún son *cipotadas* (2). No obstante, poco antes de expirar el abuelo, le dice que no es brujo, aunque no tuvo tiempo de darle razones.

La madre quiere de veras a su esposo. El rencor profundo que tuvo contra el pueblo que condenó a su marido, fue sembrado también en su hijo.

En los diálogos entre Eulalia y Balam, cuando ella le cuenta cómo todo el pueblo y hasta el cura se confabularon contra Cipriano, el muchacho ya sabe muchas de estas cosas, a pesar de que ocurrieron antes de que él naciera. ¿Cómo? . Lo más sencillo sería creer que ello obedece a su condición de brujo, lo cual es posible; pero desde el punto de vista de la estructura narrativa, ¿cómo puede estar al tanto de los pensamientos íntimos del cura? . Es entonces cuando conviene recordar que esta historia es una pesadilla o sueño del protagonista, un saber anticipado, porque su temporalidad es el futuro.

De la madre hay que añadir otro detalle mágico, o por lo menos curioso: su sepultura se trasladaba a diversos lugares, como si buscase reunirse con Cipriano. Al finalizar la obra, ese cajón con sus restos que asomaba por tan diversas partes, se halla en la casa de San José de Oriente, y junto a él, Balam.

La relación con Alida determina toda una etapa en la vida del joven brujo. Esta mujer lo compromete, lo obliga a poner a prueba su hombría. Hay varios cortes donde se advierte que es ella quien toma la iniciativa. Primero lo hace con Eulogio en una noche fría y oscura. Aunque éste sufría toda suerte de excitaciones ante la proximidad del sexo opuesto, en realidad es la mujer la que se comporta como el elemento activo. Igual le había ocurrido con la Panchita y ahora con Alida. Pero la inestabilidad emocional de esta mujer la hará saltar de Eulogio a Balam y de allí a Juan Gallinas.

En la relación entre Balam y Alida en gradación ascendente ella va añadiendo detalles provocadores para el muchacho:

Balam quiere decirle algo, pero no se atreve.
Se lo impide su amistad con Eulogio.
La falta de oportunidad lo ha hecho callar.
Mejor no mencionar a Eulogio entre ellos.
Pide que no le haga la situación más difícil.
Tiene que olvidar el sentimiento de culpa.
Ella no quiere símbolos sino realidades

Finalmente, se entregan uno al otro.

Esta situación trajo consecuencias gravísimas: ruptura de la amistad entre Balam y Eulogio, y sobre todo, la locura de éste. Desde entonces se asoma en diversas partes de la obra, soltando una retahíla de números: cuenta que te cuenta.

Entre tanto Juan Gallinas se burla de Balam —pues no ha engendrado hijo— diciéndole Balam pollo. Esto es, en otras palabras, falta de madurez del muchacho. Recuérdese que la abuela consideraba que esta aventura había sido una cipotada.

La relación con Eulogio descubre facetas muy importantes de la condición humana de estos personajes.

Eulogio es la persona culta; es escritor. Afirma, sin embargo, que para escribir, no es necesario saber, sino pensar, de donde se desprende que debe ser el pensamiento poético, la ficción. Por algo fue Eulogio escogido por Escoto como dador del relato. Su condición de intelectual promovía, antes del rompimiento con Balam, la discusión de una serie de temas que ponen el sustrato ideológico en la obra.

Enfrenta saber lógico a saber mágico. Balam explica que su nombre quiere decir brujo, tigre, jaguar; que Dios es el tigre real, el brujo mayor, el jaguar de las manchas perfectas (lo cual roza las concepciones mayas) (3). Y pregunta entonces a su amigo:

> "— ¿Y qué es lo que sabes entonces? . ¿Qué es lo que tanto escribes si nada sabes? (I, 13, 29).

Salta a la vista que se trata de saberes distintos: el mágico de Balam y el lógico de Eulogio.

El relativismo despunta cuando estos amigos razonan sobre el alma, pues hay que juzgarla según a quien pertenezca. De allí pasan al choque entre fe y razón, pues concluyen en que el alma hay que admitirla (acto lógico) para creerla (acto de fe). Y como el cura no la entiende, no la admite", sólo la cree; será, o santo, o fanático. A lo largo de las páginas de esta novela se mira cómo el sacerdote actúa contra los brujos por miedo y por fanatismo.

Relativismo se nota también cuando se alude a la diversidad de deberes, en ocasiones hasta contradictorios.

> "El padre le prometió a través de su madre que regresaría a llevarlo, siempre que cumpliera con su deber. No le fue explicado su deber" (II, 25, 142).

Ignora si su deber era engañar a Alida, cortarle los brazos al mecapalero. Cree que el actual es escapar, protegerse, prolongar su vida. Por el contrario, el del soldado es capturarlo y hasta dispararle; el de Eulogio, contar. Y reflexiona: " ¿Cómo puedo saber que el deber que me señaló es el correcto? " (II, 18, 122).

Por toda la obra circula un aire fatalista. Desde la primera página piensa Balam que "es malo adelantarse al tiempo en que tiene que pasar cada cosa porque vive uno más rápidamente lo que le toca" (I, 1, 11).

Al colocarse en el futuro, el protagonista no elude lo que tenga que ocurrir. Igual resuena la voz de la Decuerámade: "es imposible, no puedo detener lo que va a suceder" (II, 23, 131).

La locura de Eulogio, ocasionada por la traición de Alida con Balam lo lleva a contar, quisiera, desde uno hasta el infinito. Por cierto que aparecen escritos tales guarismos con letras, con números romanos, con números arábigos, como para mostrar tipográficamente el desconcierto mental de Eulogio. Con ocasión de los números se advierte una concepción cíclica del mundo.

En el encuentro en que Eulogio reprocha a Balam su traición, los insultos de aquél van del padre a la madre del joven y viceversa, y comienza a dibujarse la idea del círculo.

Prosiguen:

Eulogio Es un círculo, Balam. Un coágulo del cerebro que gira y gira sin cansarse, para volver siempre a lo inútilmente mismo.

Balam Tienes razón...Todo empieza y termina en círculo... El universo es un círculo.

Eulogio Si corres, formarás un círculo. Si piensas es un círculo en la cabeza. Si traicionamos una vez, también. Si escribes, como yo, es una idea que te da vuelta y regresa...

Balam Una vez digo, que si comenzaras a contar del uno al final, al infinito, volverías al uno. (I, 39, 72) (4).

El círculo se va agrandando hasta abarcarlo todo: desde los reproches (situación particular) hasta un todo como el universo, pasando antes por las demás acciones del hombre —pensar, escribir, traicionar. El círculo oscila de lo particular a lo universal, de lo universal a lo particular.

Implícita en la trama se descubre también esa idea cíclica: el padre de Balam fue perseguido por el pueblo por su condición de brujo; el hijo vive ahora parecido caso.

La historia de Balam comienza en el camino de Ilama y termina allí mismo, ya que todos los sucesos son producto del delirio de la fiebre del protagonista.

Las relaciones con el viejo que verá nacer a Ilama son de carácter mágico; el contacto entre estos dos personajes evidencia los distintos espesores del tiempo, base de los diferentes niveles narrativos.

Las alusiones de Balam o de otros personajes a Cipriano Cano, contribuyen a mantener la atmósfera mágica, a pesar de que el viejo brujo sólo aparece una vez en la dirección retrospectiva.

El contacto con los enemigos —militares, el mecapalero, el milpero, Juan Gallinas y el pueblo en general— es la relación adversa que hace de Ilama una nueva Salem engendradora de miedo, persecución y odio.

En cuanto a las relaciones de Balam con los personajes del presente de la narración se inician con los militares. La oportunidad vale para denunciar el irrespeto de éstas a la persona humana.

Maltrecho, en mitad del camino a Ilama lo descubre Higinio, quien, con el concurso de Juan Gallinas lo atiende en casa de Decuéramade. Primero les mueve la compasión, pero conforme los vecinos del lugar reconocen en Balam al hijo del brujo, la mayor parte de ellos se aleja presa de temor.

El auxilio que le presta la Decuerámade es interesado. No lo hace por Balam, sino por unirlo a su hija y perpetuar la especie de los brujos. Consumada la hora del engendro, ya no le importa más la suerte del muchacho.

Cora es la contrafigura de Alida. Mientras ésta incita a proceder mal, la hija de la Decuerámade tiene nobles sentimientos que llegan hasta el olvido de sí misma con tal de salvar al hombre que la convirtió en mujer. Ella propicia la fuga de Balam al tener la noticia de que hay orden de captura contra él.

La gente del pueblo, ignorante y supersticiosa, atribuye a la presencia de Balam una serie de hechos inusitados: en primer lugar ha traído la muerte, como la del emplastado; (5) la doble muerte de Eladio, la tormenta de la noche anterior, la granizada en San José de Oriente, el cacareo de las gallinas a medianoche.

Mención aparte requiere el cura; él no entró en contacto directo con Balam, sino con la familia de éste. Pero en virtud del saber anticipado del protagonista en torno a todos los acontecimientos —conciencia del pasado del futuro— el narrador pretende darle verosimilitud a los episodios en que participa el sacerdote. El también le tenía miedo a los brujos, lo cual es creer, aunque sea un poco, en ellos. Temor y venganza y orgullo son los resortes que lo impulsan contra los hermanos tenidos por gente diabólica. Su concepción

del mundo, arcaizante, medieval, se sorprendió, de seguro, por la escuela que tenían estos viejos brujos para enseñar a leer a los ilameños. Véase su orgullo al proceder "contra quienes te ofenden (a Dios) y me ofenden". El cura no quiere nuevas ideas ni los problemas propios de las relaciones obrero–patronales.

Balam, en busca de su autenticidad, ignora cuál es el verdadero deber. El odio de que se nutrió impide considerarlo totalmente culpable, ni totalmente malo: "...es un pobre Abel con rasgos de Caín" (II, 25, 142).

El abuelo antes de morir le aseguró que no era brujo. No dijo más, pero el lector sí descubre por qué.

Ese Caín–Abel o Abel–Caín, ni bueno ni malo del todo, es como las demás criaturas humanas, porque "ser o no ser brujo es un engaño. Todos somos brujos. Todos tenemos dentro una piedra maléfica que nos encandila y desorienta guiándonos hacia lo que daña al otro. Todos tenemos algo de la oscuridad, de la edad en que recibimos influjos y no damos más que patadas o caricias" (II, 18, 120).

Así tenemos primero lo ontológico: ser o no ser brujo; luego lo moral relativizado: el deber subordinado a la necesidad de cada cual; sigue el campo lógico: diferentes clases de saberes; una concepción trascendente: el universo es cíclico; por último, una definición que cabalga sobre lo moral y lo lógico para referirse a la condición humana: todo hombre lleva en su fondo una dosis de malignidad.

En *El árbol de los pañuelos* casi todos los personajes actúan impulsados por este sedimento demoníaco: Balam traidor con Eulogio y lleno de rencor para todos; Eulalia, colmada de odio; la Decuerámade, con espíritu utilitario; los militares, con agresividad brutal; Alida, con lascivia.

Quizá para cotrarrestar estos impulsos malignos que se imponen al hombre desde el inconsciente, el abuelo había aconsejado a Balam que fundara una familia, porque la madurez se adquiere sólo cuando se contraen obligaciones.

El empleo del lenguaje contribuye de modo eficaz a crear el espacio mágico y los niveles temporales. A menudo zigzaguea entre lo narrativo propiamente dicho y lo lírico.

Abundantes descripciones de gran valor poético, las hay en que se despersonalizan los humanos, mientras en cosas y hechos se insufla una especie de animismo, o se afirma sólo, lo fenoménico.

> "Es una voz ronca, gruesa y molesta, dentro de un cuerpo delgado y alto, tirado hacia atrás. El cuerpo viene metido en un uniforme color de tierra reseca y asoleada. En la cintura se le impacienta una pistola que salta a cada movimiento del cuerpo–con–la–voz–adentro" (I, 11, 26).

Es frecuente hallar comparaciones en que se fusionan los elementos del plano real con los idelaes tomados de la naturaleza. Este recurso aparece en la presentación del abrazo sexual.

> "Hay un momento blanco, en blanco, que no puedo colorear. Blanco, claro, como los ojos de Alida, ahora rozándome con sus pestañas. La caña de maíz pierde el sustento. Rodilla con rodilla. Me inclino hacia adelante por el peso de Alida, de la caña de maíz. Me planto firme. Rodilla con rodilla. Vientre... ¿Quién dice que aquí no hay volcanes? " (I, 14, 36).

Los monólogos interiores del cura se distinguen por el empleo muy atenuado de la puntuación, por lo que producen el efecto fónico de escuchar las frases de una plegaria dicha mecánicamente.

> "¡Señor Dios Mío! Hágase tu voluntad conmigo y con ellos que la justicia llegue

por la mano del hombre inspirada por ti. Sé que mi absolución no es posible pues soy juez pero también soy parte el sacerdote entre ellos los brujos y ¿cuál de los dos tiene la razón? (I, 6, 17).

No falta algún monólogo en que alternen la primera y la segunda persona en un desdoblamiento de la personalidad.

"Tú no puedes morir Balam...No, yo no puedo morir...Tú no puedes morir todavía porque antes tienes la obligación de hijo...Sí, debo encontrar a mi padre, debe hallarlo (I, 42, 74).

La novela tiene más o menos abundante diálogo. En ocasiones las frases son tan breves que resultan dramáticas por la forma esticomítica.

Los números que repite el loquito aparecen colocados siempre cerca de alusiones a Alida. Esto es explicable porque fue la traición de esta mujer con Balam lo que hizo perder la razón al escritor.

La parte tercera reproduce lo que Balam siente en el corte doce de la parte primera, pero con la singularidad de que intermitentemente se interrumpe para intercalar otras frases, fragmentadas también, con las que llama a su padre. Así se mezclan dos objetos y dos niveles de conciencia.

"Cuando Eulogio me dio aquel cigarro, a escondidas de mi madre (papá) recuerdo que sentí algo parecido. Un sueñito que va entrando y que uno siente que penetra (¡papá, tú!) por la nuca...(III, 147).

Hay muchas diferencias tipográficas:. letra redonda, cursiva, paréntesis, etc. Se hallan al servicio de la intencionalidad significativa de cada uno de los cortes.

La multiplicidad de planos temporales que dislocan el relato exige procedimientos narrativos alejados de las formas tradicionales.

Podemos señalar varios narradores protagonistas, de los cuales el principal es Balam. Emplea la primera persona para contar los sucesos en que ha participado.

Ocasionalmete se comporta como tal, Eulogio, cuando habla de hechos personales; pero cuando alude a situaciones de otros personajes se convierte en narrador testigo.

El cura actúa también como narrador protagonista de sus respectivas microsecuencias. Muy de tarde en tarde, se asoma todavía el narrador omnisciente. Esta variedad de procedimientos evita la monotonía y hace más vivo el relato.

¿Cómo realizan estos narradores el montaje de los episodios o secuencias y microsecuencias?

Emplean los recuros más variados:

a) Mediante sucesos ocurriendo, en el presente de la acción. En ese caso están las muchas alusiones con que Balam cuenta cómo está tendido en el camino por la golpiza de los militares.
b) Recuerdos que le vienen al protagonista sin salir del presente de la acción.
c) Actualización del pasado que, mediante la técnica del flash–back pone a actuar en pequeños cuadros a los personajes de otras épocas.
d) Relaciones hechas por terceras personas. Como los relatos que hacen los abuelos sobre travesuras de Balam.
e) Relación de terceros referida por otros terceros. Un ejemplo responde al decir del abuelo sobre lo que cuentan los cipotes del ataque de Balam al mecapalero.
f) Simultaneísmos y formas contrapuntísticas. Así se presentan los ruegos de Cora a favor de Balam y la persecución de que es objeto por parte del pueblo.

O también el diálogo entre Alida y Balam junto con los escrúpulos de conciencia (contrapunto) del muchacho.

g) Monólogos interiores como los del cura.

h) Diferentes niveles de conciencia.

i) Procesos surrealistas, en que además de algunos monólogos interiores cuentan libres asociaciones, elementos oníricos, como el sueño de Alida con Juan Gallinas y en general las alucinaciones del protagonista.

j) La riqueza que tiene el tiempo subjetivo en esta novela produce el fragmentarismo a que se someten los sucesos, de manera que hay discontinuidad ya porque se intercalan nuevos hechos antes de concluir un episodio (intervenciones del cura: no van seguidas, corresponden a los cortes seis, nueve y diecisiete de la primera parte); ya porque aunque aparecen seguidas como parte del mismo suceder, se dislocan por medio de diferentes recursos. Por ejemplo, los cortes dieciocho, diecinueve y veinte tratan del mismo contenido:

18.- El abuelo cuenta a Venancia lo que los cipotes dicen del ataque de Balam al mecapalero.

19.- Reproducción de la pugna entre Balam y el mecapalero con el actuar de estos personajes.

20.- Continúan los abuelos hablando sobre el pleito con el mecapalero.

k) La técnica del punto de vista permite reiteraciones que enriquecen el conocimiento de hechos y personajes. Por ejemplo, los hermanos Cano son vistos por variados individuos, cada uno de los cuales tiene su respectiva apreciación.

	Balam: los ve tras el sentimiento filial
	Eulalia: con el cariño de esposa
Hermanos Cano	abuelos: con disgusto por ser brujos
	pueblo: con horror, por brujos.

Otro ejemplo al respecto es el análisis de la traición con Alida: Balam siente que la culpa la tuvo ella, que lo sedujo; Eulogio cree que Alida fue víctima de las maléficas artes brujeriles de Balam.

Para enlazar los cortes sucesivos se pueden reconocer tres procedimientos: a) un enlace de tipo literal, llamado así porque se repite en el segundo alguna frase o palabra del anterior; b) enlace por el sentido, cuando el segundo corte es complemento del anterior; c) de situación: alguna situación de un corte inspira otra diferente en el que sigue. En el corte cinco de la primera parte Balam le dice al milpero que rece; en el corte seis el monólogo del cura produce el efecto fónico del rezar.

Si aceptamos el principio de que toda especie narrativa se puede reducir a procesos de mejoramiento y degradación, se simplifica en alto grado el conocimiento de la arquitectura de la obra en estudio.

Tomemos de *El árbol de los pañuelos* los personajes de más relieve (Balam, Eulogio, Cora) y los que se comportan como instrumentos del suceder represivo (militares, pueblo, cura).

MEJORAMIENTO DE BALAM

Desde la perspectiva de Balam:

1.- *Mejoramiento por obtener*
Reunirse con su padre en Ilama.

2.- *Proceso del mejoramiento por obtener*
a. Compasión (Higinio y compañero lo recogen casi moribundo en el camino)
b. Seducción (para que perpetúe la especie brujeril, la madre de Cora lo cuida y le entrega su hija).
c. Evasión (Cora lo hace huir a San José de Oriente para burlar al militar que lo persigue por el incendio del cañaveral).
d. Alucinación (Cora concentra mente y voluntad para que las desgracias de Balam resulten ser una pesadilla).

3.- *Mejoramiento obtenido*
Moribundo, conoce a su padre en el camino –figura extraña de ave– y muere.

Desde la perspectiva de Cora

1.- *Mejoramiento por obtener*
Salvar a Balam de sus enemigos.

2.- *Proceso de mejoramiento por obtener*
a. Amor (Cora se encariña con quien la enseñó a sentirse mujer).
b. Generosidad (acepta que Balam la olvide y hasta ofrece su vida a cambio de la de él).
c. Enojo (disputa con su madre porque ésta no quiere ayudarlo con sus poderes extraordinarios).

3.- *Mejoramiento obtenido*
Los sufrimientos de Balam fueron "un sueño con olor a humo".
También buscan mejoramiento para Balam: el barquero y en cierto modo Higinio.

DEGRADACION DE BALAM

Degradación de Balam desde la perspectiva del pueblo.

1.- *Degradación por obtener*
Matar a Balam por brujo.

2.- *Proceso de degradación por obtener*
a) Miedo del pueblo (atribuye hechos extraordinarios a la presencia de Balam en Ilama).
b) Ignorancia del pueblo (destruyen los animales de sus vecinos porque tal vez sean transformaciones del brujo).
c) Incendio de la casa de San José de Oriente.

3.- *Degradación no obtenida*
Muerte de Balam por maltrato militar.

Desde la perspectiva de los militares.

1.- *Degradación por obtener*
Castigar a Balam por los delitos que se le atribuyen.

2.- *Proceso de degradación por obtener*
a. Atropello militar en el camino (como antes en la ciudad).
b. Persecuación militar por incendio del cañaveral.

3.- *Degradación obtenida*
Muerte de Balam en el camino, por atropello de los militares.

Degradación de Eulogio desde la perspectiva de Balam.

1.- *Degradación por obtener*
Traición de Balam por Alida.

2.- *Proceso de degradación por obtener*
a. Provocación (Alida provoca a Balam y éste cede)
b. Remordimiento (Balam intenta dar explicaciones a Eulogio, pero éste lo rechaza).

3.- *Degradación obtenida*
Locura de Eulogio por la traición.

Degradación de Cipriano Cano desde la perspectiva del cura.

1.- *Degradación por obtener*
Extirpar a los brujos.

2.- *Proceso de degradación por obtener*
a. Presión de su autoridad (incita al pueblo contra los pretendidos brujos).
b. Conservadurismo de estilo medieval.
c. Empleo de balas curadas.

3.- *Degradación obtenida*
Fusilamiento de los hermanos Cano.

Vistos los cuadros anteriores se notará que las referencias a Balam y a Cora se producen en el presente de la narración; pero cuando se trata de otros personajes los procesos se ubican en alguno de los pretéritos. También se desprende que la más fuerte de las denuncias es contra los militares.

Cora, en su esfuerzo por salvar a Balam mediante la concentración de su espíritu y su voluntad, pronuncia unas frases que al mismo tiempo sintetizan los recursos narrativos de esta novela, y en cierto modo, la concepción cíclica:

> "'que descansa y sueña que está soñando tendido en el camino a Ilama, que produce figuras y las une, que quiebra personalidades, que funde su cuerpo con Alida, con la profesora, con la hija de Decuerámade, la hija que reza ahora, a su manera escondida, deseando que Balam esté dormido y que regrese al camino donde lo encontró Higinio" (II, 24, 135).

NOTAS

(1) Las citas textuales corresponden todas a Escoto, Julio. *El árbol de los pañuelos*. San Carlos de Guatemala, EDUCA, 1972. Colección Séptimo día.
Para simplificar las siguientes citas se abreviará con números romanos, la parte; y con arábigos, el primero de ellos para el corte y el siguiente para la página).

(2) Muchachada, niñería.

(3) Balam en lengua maya significa tigre.

(4) Los nombres de los interlocutores son inclusión nuestra.

(5) Por acción mágica, un emplasto sobre su tórax le produjo la muerte.

GRAMATICA DE TRANSFORMACIONES

Dr. Jack L. Wilson *
Licda. Elsa Orozco **

Introducción:

La teoría transformacionalista parte de la base de que el pensamiento y las ideas nacen de un ser creador, el hombre. Pero aunque son infinitas las ideas que puede tener, el hombre sólo dispone de medios finitos para expresarlas, y tiene la desventaja adicional de que para comunicar sus ideas lo tiene que hacer de manera unidimensional, o lineal. Entre la idea y su expresión física media toda una serie de procesos, la grámatica del idioma, que convierten esta idea original en una estructura tangible que puede percibir y entender el oyente que es copartícipe de la misma serie de procesos. La teoría transformacionalista pretende que esta parte central, entre la idea y su manifestación física, consiste en un número relativamente pequeño de reglas de conversión, y que éstas pueden desglosarse en forma más o menos mecánica. Aunque incompleta, ésta es la tarea que nos hemos propuesto en este trabajo con el fin de dar a conocer algunos aspectos formales del español.

La gramática generativa de transformaciones ofrece un esquema para hacer descripciones exactas de la sintaxis de un idioma, reduciendo su inmensa complejidad a una descripción simple, escueta, y económica. Como señala el formulador de la nueva teoría, Noam Chomsky, en su libro *Aspects of the theory of syntax* (1965):

> "La idea de que un idioma esté basado en un sistema de reglas que determinan la interpretación de un número infinito de oraciones no es de ninguna manera nueva. Hace más de un siglo fue expresada con bastante claridad por Wilhelm von Humboldt en su famosa, pero rara vez estudiada, introducción a la lingüística general (Humboldt, 1863)... Es más, parece ser que hasta la gramática de Panini puede ser interpretada como un fragmento de una "gramática generativa" de esta especie, esencialmente en el sentido contemporáneo del término" (pág V).

---

* –** Profesores del Departamento de Lenguas Modernas. Universidad de Costa Rica

No fue sino con la publicación de *Syntactic structures* de Noam Chomsky en 1957 que la lingüística moderna intentó de manera explícita presentar gramáticas generativas de idiomas específicos. En el presente trabajo se pretende aplicar la teoría chomskiana a una descripción parcial del español.

La gramática generativa de transformaciones consta de tres clases de reglas, a veces cuatro, más un léxico o diccionario al final. Tiene primero una descripción de la estructura fraseal, es decir, de las formas sintácticas subyacentes a la estructura patente. Si decimos, por ejemplo, "Juan es capaz de ", entendemos que el actor es "Juan". Pero si decimos que "Juan es fácil de " ("convencer", por ejemplo), entendemos que "Juan" es el receptor de la acción y que el significado de la oración es que "(Alguien) convence fácilmente a Juan". Si oímos la oración "María se vio en el espejo", entendemos que la persona a quien vio María era María misma. O si decimos que "Juan está trabajando", sabemos que el sufijo del participio es consecuencia del verbo "estar" que precede a "trabajar". Las reglas de estructura fraseal captan de manera formal estas relaciones que se sienten intuitivamente. El objetivo de una gramática generativa de transformaciones completa es asignar a cada oración bien formada del idioma, y sólo a éstas, una descripción estructural que no presente ninguna ambigüedad. Las descripciones tienen la forma de reglas constitutivas del tipo general A → B + C, o con símbolos escogidos por su valor nemónico. Es necesario hacer ver que los símbolos escogidos son simplemente etiquetas a las cuales se asignan valores arbitrarios y que muchas veces estos valores son diferentes a los valores que la gramática tradicional les ha asignado. Por ejemplo, en la gramática generativa de transformaciones, "Juan" se describe como una frase nominal (FN) lo mismo que "el hombre viejo vino ayer". Es lícito que al formularse una nueva teoría se formule una nueva terminología, o que se les dé significado nuevo a términos viejos. En otras palabras, al crearse una nueva teoría también se crea una nueva metalengua.

Veamos unos ejemplos. Si decimos "El amigo es simpático" o "El amigo es un francés (que...)", sentimos intuitivamente que en ambas oraciones hay dos divisiones mayores, sea que hay un tópico, "El amigo", y un comentario sobre el tópico, "es simpático, es un francés (que...)". Como en el discurso no afectivo en español el tópico es siempre una frase nominal y el comentario es el resto de la oración. en la gramática generativa de transformaciones se simboliza esta división en una regla como la que sigue:

1. S → FN + FV

En estas reglas se usa el símbolo "S" que recuerda la palabra "sentencia", como abreviación de "oración", para evitar que se confunda "O" mayúscula con "cero", y se usa "+" como símbolo de concatenación. La parte mecánica de la teoría exige que se desglose un solo símbolo a la vez.

La flecha "→" significa "se desglosa" o "está constituído o formado por". Es decir, la oración en español está constituída por una frase nominal (FN) más una frase verbal (FV).

En "... es un francés", sentimos, de nuevo intuitivamente, que "un" tiene más íntima relación con "francés" que con "es", y que de hecho es parte de otra frase nominal. Señalamos esta diferencia de la siguiente manera:

2. FV → ser + FN

Es decir, una posible oración en español, además de tener una frase nominal como sujeto, puede contener el verbo "ser" seguido de otra frase nominal. No hay necesidad de definir las funciones diferentes de las dos frases nominales, "sujeto" y "complemento", pues estas funciones están definidas por su posición en la oración.

También vemos que "ser" puede ir seguido no solamente de una frase nominal sino también de un adjetivo, como por ejemplo "simpático". Podemos, por lo tanto, incluir una regla como la siguiente:

3. FV → ser + Adjet

El símbolo Adjet representa el adjetivo, o frase adjetival, con todos sus rasgos distintivos.

Para cubrir las dos categorías "sustantivo" y "adjetivo", usaremos el término "atributo" (Atr). Podemos, entonces, combinar las reglas 2 y 3 en una sola:

4 FV → ser + Atr.

y con otra regla indicamos la composición de "Atr.":

5. $\text{Atr.} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \text{FN} \\ \text{Adjet} \end{matrix} \right\}$

El comodín Atr. es conveniente por cuanto lo encontramos también con otras expresiones verbales.

El verbo "ser" puede aparecer además en construcciones como: "La fiesta es a las tres"; "La fiesta es aquí". Per hay restricciones impuestas por el idioma. No podemos, por ejemplo, decir: "*Juan es a las tres"; "*Juan es aquí". (El asterisco significa que la oración no está bien formada). Vemos que "ser" se da con expresiones de tiempo o de lugar únicamente cuando éstas tienen como sujeto una frase nominal que podría ser la respuesta a una pregunta con "¿cuándo?". Podríamos llamarlas frases nominales "fechables" o "de evento". Captamos esta generalización mediante la siguiente regla:

6. $\text{FV} \rightarrow \text{ser} \left\{ \begin{matrix} \text{Atr} \\ \left\{ \begin{matrix} \text{Lug} \\ \text{Tmp} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right. \quad / \text{FN [+ evento]} \_\_\_\_\_ \left. \right\} \; /$

Las llaves indican que se puede escoger cualquiera de los elementos que encierran, pero solamente uno. En este caso se puede escoger o Atr, o Lug ("lugar") o Tmp ("tiempo"), pero en los dos últimos solamente si hay una FN fechable, es decir un evento, como sujeto. En esta fórmula, la raya oblicua "/" indica "en el contexto", y la línea contínua indica la posición de inserción de "ser" más Lug. o Tmp.

Vemos también que las dos primeras FNes contienen dos componentes: "el amigo, un francés". La regla para esta descripción parcial de la FN, es la siguiente:

7. FN → Det + N (Det = determinante, más N = nombre o sustantivo)

La oración española contiene más rasgos sintácticos que los que aquí se señalan. Todo verbo expresa, entre otras cosas, la idea de tiempo y de número; todo sustantivo es masculino o femenino; y, todo determinante y todo adjetivo expresan número y género. Para efectos de su formalización, considraremos que el tiempo verbal y el número no forman parte inherente del verbo sino del auxiliar. En oraciones positivas más complejas, tiempo y número se manifiestan únicamente como parte del primer elemento de la frase verbal que le sigue. Cambiaremos un poco el orden de las reglas:

8. $S \rightarrow FN + FV$

9. $FV \rightarrow Aux + VP$
(Aux = auxiliar; VP = verpo principal con sus componentes)

10. $Aux \rightarrow T + N^o$ (T= tiempo verbal; N^o = número)

11. $N^o \rightarrow \left\{ \begin{matrix} sg \\ pl \end{matrix} \right\}$ (sg = singular; pl = plural)

12. $T \rightarrow \left\{ \begin{matrix} Pres \\ Pdo \end{matrix} \right\}$ (Pres = presente; Pdo = pasado)

13. $VP \rightarrow ser \left\{ \begin{matrix} Atr \\ \left\{ \begin{matrix} Lug \\ Tmp \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\} \; / \; FN \; [+ evento] \; Aux \; \_\_\_\_\_$

14. $Atr \rightarrow \left\{ \begin{matrix} FN \\ Adjet \end{matrix} \right\}$

15. $FN \rightarrow Det + N^o + N$

Puesto que todo sustantivo tiene el rasgo inherente de género, agregamos la siguiente regla:

16. $N \rightarrow \left\{ \begin{matrix} N_m \\ N_f \end{matrix} \right\}$

Esta regla indica que todo sustantivo en español es masculino o femenino.

Los determinantes y los adjetivos también expresan género y número, pero ya no de manera inherente sino como resultado de una transformación, o sea que su género y su número dependen del sustantivo que modifican. Captamos esto en las siguientes reglas fraseales:

17. $Det \rightarrow Gen + N^o + Art.$

18. $Adjet \rightarrow Gen + N^o + Adj.$

"Det" es un comodín que incluye los rasgos sintácticos de género y número más alguna clase de artículo, y "adjet" es otro comodín que incluye los rasgos de género y número más el radical del adjetivo. Como el objetivo principal de las reglas fraseales es señalar relaciones, el orden de los comp onentes a la derecha de la flecha puede no ser el orden de la superficie. A las estructuras generadas por las reglas fraseales podemos llamarles "estructuras latentes". Una función de las reglas de transformación que se verán más adelante es la de ordenar los morfemas. Las estructuras que resultan de la aplicación

de reglas de transformación pueden llamarse "estructuras patentes".

La gramática que tenemos hasta ahora genera, es decir enumera, las estructuras latentes de un número bastante elevado de oraciones en español. El vocabulario se agrega al final del proceso.

No queremos, en esta parte de la gramática, especificar ni el número ni el género de los adjetivos y determinantes (o artículos), como tampoco el número del verbo, puesto que estos rasgos no los determinan el verbo, el adjetivo, o el artículo de manera inherente. Para evitar que sea escogido el rasgo que no es adecuado, es necesario un reordenamiento de las reglas. Como medida de economía, usaremos el símbolo alfa, " α ", para indicar la oposición "más, menos": $\alpha \rightarrow \left\{ \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right\}$

19. $S \rightarrow FN + FV$

20. $FV \rightarrow Aux + VP$

21. $VP \rightarrow ser \left\{ \left\{ \begin{matrix} Atr \\ Lug \\ Tmp \end{matrix} \right\} /FN\ [+\ evento]\ Aux \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \right\}$

22. $Atr. \rightarrow \left\{ \begin{matrix} FN \\ Adjet \end{matrix} \right\}$

23. $FN \rightarrow Det + N^{o} + N$

24. $N \rightarrow \alpha\ N_{m}$

25. $N^{o} \rightarrow \alpha\ sg$

26. $Det \rightarrow Gen + N^{o} + Art.$

27. $Adjet \rightarrow Gen + N^{o} + Adj.$

28. $Aux \rightarrow T + N^{o}$

29. $T \rightarrow \alpha\ Pdo.$

En la forma como está constituída la gramática hasta el momento, podemos generar una cadena de morfemas que indican las relaciones que existen entre todos ellos en las oraciones con "ser" que antes señalamos. En la derivación que sigue, se desarrolla el símbolo a la izquierda de la flecha, tomando una sola de las oraciones posibles a la derecha de la flecha cada vez, metiéndose de allí en adelante, los nuevos símbolos que han reemplazado a los ya desarrollados, o desglosados. Mostraremos la derivación de la oración "El amigo es simpático", haciendo la selección pertinente a la solución final cada vez que se presenta la oportunidad de escoger entre una o más posibilidades. En el ejemplo que sigue, todas las reglas dadas se aplican, pero algunas veces hay reglas que no son aplicables, en cuyo caso no se toman en cuenta. Al hacer la derivación, podríamos decir que son reglas vacías.

Regla:

19. FN + FV

20. FN + Aux + VP

21. FN + Aux + ser + Atr

22. FN + Aux + ser + Adjet.

23. Det + N^o + N + Aux + ser + Adjet

24. Det + N^o + $[+N_m]$ + Aux + ser + Adjet

25. Det. + [+sg] + $[+N_m]$ + Aux + ser + Adjet

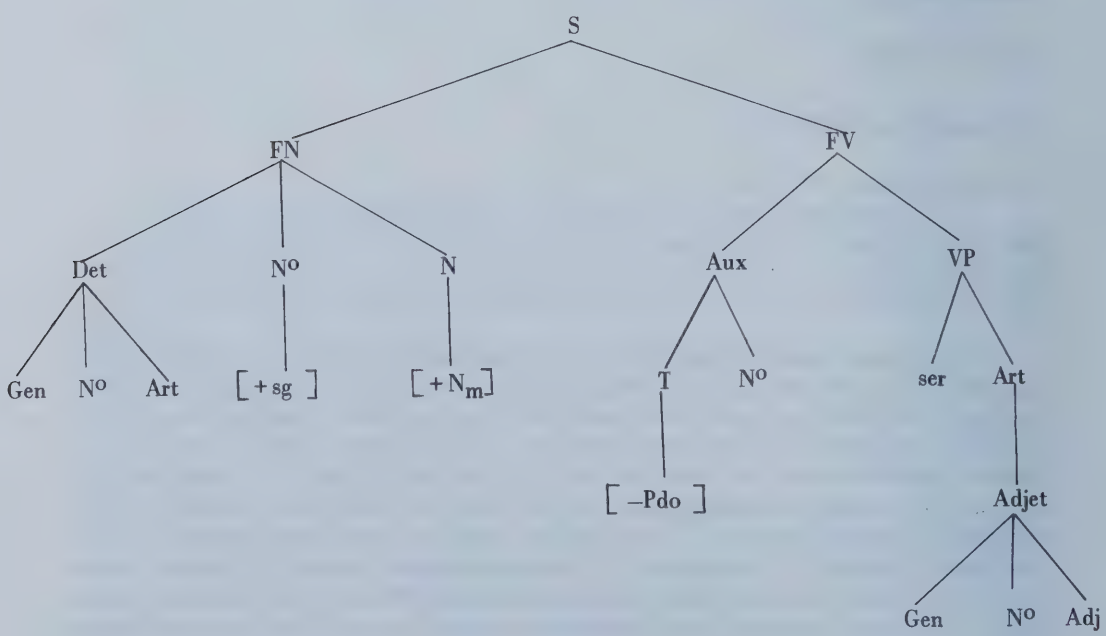
26. Gen + N^o + Art + [+sg] + $[+N_m]$ + Aux + ser + Adjet

27. Gen + N^o + Art + [+sg] + $[+N_m]$ + Aux + ser + Gen + N^o + Adj.

28. Gen + N^o + Art + [+sg] + $[+N_m]$ + T + N^o + ser + Gen + N^o + Adj.

29. Gen + N^o + Art + [sg] + $[+N_m]$ + [–Pdo] + N^o + ser + Gen + N^o + Adj.

En un estema, o árbol de derivación, podemos expresar las mismas relaciones pero sin especificar, como lo hicimos en lo anterior, el orden de aplicación de las reglas:



Para convertir esta cadena de morfemas a su forma patente, hay varias operaciones que faltan por hacer. El género y el número forman parte integral del artículo y del adjetivo, y el número forma parte integral del sustantivo y del verbo. Tenemos que reordenar estos morfemas mediante las dos transformaciones respectivas T1 y T2. Llamaremos "T" a las reglas de transformación, y asignaremos a cada regla un número:

T1. $N^o + X \rightarrow X + N^o$ Donde X = morfema siguiente

Esta regla especifica que cuando en una cadena de morfemas existe el símbolo N^o, o cualquier símbolo derivado de N^o (como [+,–sg], por ejemplo), éste se pospone al símbolo siguiente. Su efecto es convertir la cadena 29 en la 30:

30. Gen + Art + N^o +[+ N_m] + [+ sg] + [–Pdo] + ser + N^o + Gen + Adj. + N^o

T2. $\begin{bmatrix} T \\ Gen \end{bmatrix}$ X → X $\begin{bmatrix} T \\ Gen \end{bmatrix}$ Donde X = morfema siguiente

Esta regla hace para el género y para el tiempo verbal lo mismo que hizo la regla T1 para el número: los pospone al símbolo siguiente. En las reglas de transformación, a diferencia de lo que sucede en las del componente fraseal, se permite desglosar más de un símbolo a la izquierda de la flecha cada vez. Los paréntesis cuadrados colocados a ambos lados de la flecha indican que lo que encierran es, o se convierte en, lo que aparece a la derecha en la misma línea. Así, T+X se convierte en X + T, y Gen + X se convierte en X + Gen. Aplicando esta transformación a la cadena representada por 30, el resultado es el siguiente:

31. Art + Gen + N^o + [+ N_m] + [+ sg] + ser + [–Pdo] + N^o + Adj. + Gen + N^o

Aún falta por especificar la concordancia que tiene que existir entre el sujeto de la oración y el número del verbo, y la del número y género del artículo y del adjetivo que están, a su vez regidas, por el sujeto:

T3. Gen + X + [α N_m] + Y + Adj + Gen → [α Masc] + X + [α N_m] + Y + Adj + [α Masc]

En esta regla, X y Y son variables que representan todo lo que se halla entre el símbolo anterior y el símbolo siguiente. Lo que se halla en medio puede ser uno o varios símbolos o nada. El efecto de la regla es asegurar que el género que precede y el que sigue al sustantivo sean iguales al género de éste. es decir, si el valor de [α N_m] es [+], el valor de [α Masc] (que proviene de Gen) también tiene que ser [+]. Si su valor es [–] el valor de [α Masc] también tiene que ser [–]. Aplicada la regla T3 a la cadena 31, tendremos como resultado la cadena 32:

32. Art + [+Masc] + N^o + [+ N_m] + [+ sg] + ser +[– Pdo]+ N^o + Adj + [+Masc] + N^o

T4. $N^o + N + [\alpha sg] + \langle \begin{bmatrix} T \\ Gen \end{bmatrix} + N^o \rangle \rightarrow [\alpha sg] + N + [\alpha sg] + X + \langle \begin{bmatrix} T \\ Gen \end{bmatrix} + [\alpha sg] \rangle$

La regla T4 asegura la concordancia de número entre el artículo y el sustantivo que modifica, así como la concordancia de número entre el sujeto y el verbo, y la de un sustantivo y cualquier adjetivo que lo modifica. Los símbolos"< >"significan que lo que

encierran a la izquierda de la flecha puede no estar presente, pero cuando lo está hay que convertirlo en lo que aparece entre los mismos símbolos a la derecha de la flecha.

Si aplicamos la regla T4 a la cadena, 32, tenemos como resultado la cadena 33:

33. Art + [+Mas] +[+sg]+[+N_m]+[+sg]+ ser +[–Pdo]+[+sg]+ Adj +[+Masc]+[+sg]

Agregamos ahora a nuestra gramática un pequeño léxico de la oración original:

Art → el

[+ Masc] → o

[– Masc] → a

[+ N_m] → amigo

[– N_m] → amiga

Adj. → simpátic

Aplicando este léxico a la cadena que resulta de 33, tenemos:

34. el + o + [+ sg] + anigo + [+ sg] + ser + [–Pdo] + [+ sg] + simpátic + o + [+ sg]

Las reglas morfografémicas (M) dan la forma ortográfica de la oración:

M1. $\text{el} + \begin{bmatrix} o \\ a \end{bmatrix} + [+\text{sg}] \rightarrow \begin{bmatrix} el \\ la \end{bmatrix}$

M2. ser + [–Pdo] + [+ sg] → es

M3. $\text{simpátic} + \begin{bmatrix} o \\ a \end{bmatrix} + [+\text{sg}] \rightarrow \begin{bmatrix} \text{simpático} \\ \text{simpática} \end{bmatrix}$

El resultado es:

35. el + amigo + es + simpático

Con una regla poscíclica se borran los símbolos "+":

36. **Regla poscíclica:**

$$\dot{+} \rightarrow \emptyset$$

37. el amigo es simpático.

Otras reglas posteriores especificarían la puntuación y el uso de la mayúscula.

En lugar de reglas morfografémicas, habría sido posible especificar reglas morfofonémicas que dieran la pronunciación de la oración.

La tarea ahora consiste en ampliar y refinar la gramática. Comencemos con unas oraciones algo más complicadas.

38. Los muchachos pescan en el río.
39. Los muchachos pescarán en el río.

40. Los muchachos pescarían en el río.
41. Los muchachos pescaron en el río.
42. Los muchachos pescaban en el río.
43. Los muchachos están pescando en el río.
44. Los muchachos estarán pescando en el río.
45. Los muchachos estarían pescando en el río.
46. Los muchachos estaban pescando en el río.
47. Los muchachos estuvieron pescando en el río.
48. Los muchachos han pescado en el río.
49. Los muchachos habrán pescado en el río.
50. Los muchachos habrían pescado en el río.
51. Los muchachos habrían pescado en el río.
52. (Cuando) los muchachos hubieron pescado en el río.
53. Los muchachos han estado pescando en el río.
54. Los muchachos habrán pescado en el río.
55. Los muchachos habrían pescado en el río.
56. Los muchachos habían pescado en el río.
57. ? (Cuando) los muchachos hubieron estado pescando en el río.
58. Los muchachos deben estar pescando en el río.
59. Los muchachos deberán estar pescando en el río.
60. Los muchachos deberían estar pescando en el río.
61. Los muchachos debían estar pescando en el río.
62. Los muchachos debieron haber estado pescando en el río.

Con una ligera modificación en la regla 21 (para acomodar "pescar en el río"), vemos que en todas estas oraciones se han introducido elementos que corresponden únicamente a lo que hemos designado con el símbolo "Aux".

Con esta modificación (vea la 86 y siguientes), y en su estado actual, la gramática da cuenta de la forma del verbo en 38 ("pescan" es [–Pdo]). Las oraciones de 38 a 62 demuestran que en todas estas oraciones hay un ejemplo de presente, pretérito, copretérito, futuro o pospretérito. En cada caso la oración puede contener sólo el verbo, o éste puede ir precedido por la forma flexionada de *estar, haber, haber estado, deber* (que daremos como ejemplo de "modal" = M), modal más *estar*, modal más *haber* o modal más *haber* más *estar*. Las oraciones que llevan pretérito o copretérito demuestran que no basta en español hablar simplemente de "tiempo verbal"; hay que hablar también de "aspecto verbal". Para dar cuenta de estas oraciones, tenemos que cambiar la anterior regla 28 para incluir lo siguiente:

63 $\text{Aux} \rightarrow \text{T} + \text{N}^{\text{o}} + \text{Asp}\ (\text{M})\ (\text{habE} + \text{do})\ (\text{estA} + \text{ndo})$

64. $\text{Asp} \rightarrow \alpha\ \text{Imp}$ (Asp = aspecto; Imp = imperfecto)

Desglosaremos "M" así:

65. $\text{M} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{habE} \\ \text{podE} \\ \text{debE (de)} \\ \text{I + a} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \right\} \text{r}$

Los tres puntos indican que éste es un conjunto abierto. Como los ejemplos de 65 pertenecen propiamente al léxico, no los incluiremos más en la gramática

Tenemos que cambiar una vez más la regla 63 (así como la regla 23 que desglosa FN) para incluir "persona" (P), y para poder explicar la formas del futuro y del pospretérito:

66. Aux → (habE + r) Asp + T + P + N^{o} (M) (habE + do) (estA + ndo)

67. $P \rightarrow \left\{ \begin{matrix} [+1^{a}] \\ [+3^{a}] \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} -1^{a} \\ -3^{a} \end{bmatrix} \right\}$

Aquí los paréntesis cuadrados indican que lo que encierran son rasgos de un solo formativo.

Tres reglas de transformación vienen ahora a reordenar los elementos pertinentes de Aux:

T5. P + X → X + P Donde X = morfema siguiente

Esta regla T5 tiene que venir antes de la anterior regla T2.

T 6. Asp + X → X + Asp Donde X = morfema siguiente

T 7. habE + r + X → X + r + habE Donde X = morfema siguiente

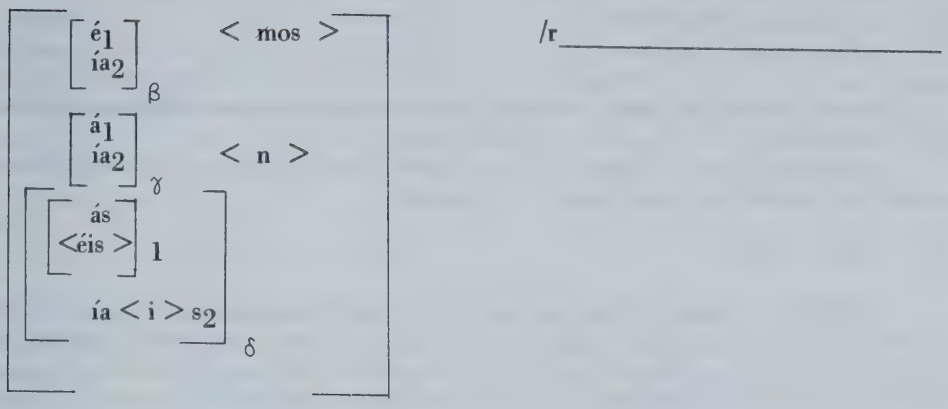
Si ejercemos la opción de no escoger M y los elementos de Aux que le siguen, podemos tomar "hablA" (= hablar) como ejemplo de la categoría siguiente, es decir de VP. Si aplicamos las reglas de transformación 1, 2, 3, 4, 5, 6, y 7, tenemos como resultado de habE + r + Asp + T + N^{o} + hablA:

T1 habE + r + Asp + T + P + hablA + N^{o}
T5 habE + r + Asp + T + hablA + P + N^{o}
T2. habE + r + Asp + hablA + T + P + N^{o}
T6. habE + r + hablA + Asp + T + P + N^{o}
T7. hablA + r + habE + Asp + T + P + N^{o}

Dada esta cadena, y aunque no tengamos especial interés en presentar reglas morfografémicas en esta gramática parcial, daremos un ejemplo para mostrar la formación del futuro y del pospretérito:

M4.

$$\text{habE} + [+\text{Imp}] + \begin{bmatrix} [-\text{Pdo}]_{1} \\ [+\text{Pdo}]_{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [+1^{a}]_{\beta} \\ [+3^{a}]_{\gamma} \\ \begin{bmatrix} -1^{a} \\ -3^{a} \end{bmatrix}_{\delta} \end{bmatrix} \quad < [-\text{sg}] > \Rightarrow$$



Nuestro esquema para la oración indicativa, traducido a términos más tradicionales, sería así:

68. [–Imp] + [+Pdo] = pretérito

69. [+Imp] + [+Pdo] = copretérito

70. [+Imp] + [–Pdo] = presente

71. habE + [+Imp] + [+Pdo] = pospretérito

72. habE +[+Imp] + [–Pdo] = futuro.

La gramática, tal como la tenemos, nos muestra que hay algunas lagunas. El español no tiene ejemplos de las secuencias de rasgos generadas por esta gramática como las que aparecen en 73 y 74:

73. [–Imp] + [–Pdo]

74. habE + [–Imp] + [+Pdo]

Para evitar estas formas, agregamos la siguiente regla de transformación que debe aplicarse antes de la regla T6:

T 7. [α Imp] → [+ Imp] / { habE + r_____ ; _____ [– Pdo] }

Al enfocar cada vez más oraciones, se va refinando la gramática:

75. Los amigos que viven cerca están invitados.
76. Los amigos, que viven cerca, están invitados.
77. El amigo, un francés simpático, llegó ayer.
78. La comida aquí es buena.
79. La fiesta es aquí.
80. La fiesta es a las tres.
81. El hombre vendió la casa.

82. Los hombres viven felices.
83. Los hombres están felices.

Parece, además, que toda oración en español puede contener alguna expresión de lugar y de tiempo.

Ampliamos, pues, la gramática para poder describir estas oraciones. Hecha la ampliación, la gramática en este punto es la siguiente:

84. $S \rightarrow FN + FV\ (S')$

El símbolo optativo "S" es un elemento recursivo que permite que de un aducto *(input)* constituido por un número finito de reglas se deriven como educto (*output*) un número infinito de oraciones. El índice (') es un requisito de la teoría que dice que no se debe desglosar un símbolo como sí mismo más otros símbolos. Este caso de S' servirá para señalar que las oraciones 75 y 76 provienen de diferentes estructuras latentes. La oración 76 se derivará de la regla 84, pero la oración 75 tendrá su origen en la regla 94.

85. $FV \rightarrow Aux + VP$

86. $VP \rightarrow \left\{ \begin{matrix} V_{cop} \\ V \end{matrix} \right\}$ (Lug) (Tmp)

Mediante esta regla, se establece una división mayor en la oración entre las oraciones que contienen alguna de las cópulas y las que contienen otra clase de verbo. La regla también capta la generalización de que cualquier oración puede tener una expresión de lugar y de tiempo, en forma optativa.

87. $V_{cop} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \text{ser} \left\{ \begin{matrix} \text{Atr} \\ \left\{ \begin{matrix} \text{Lug} \\ \text{Tmp} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\} / \text{FN [+ evento] Aux} \_\_\_\_\_ \\ V_c \left\{ \begin{matrix} \text{Adjet} \\ \text{Lug} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\}$

La segunda parte de esta regla pretende agrupar a todas aquellas cópulas que tienen que ir seguidas de una expresión adjetival o de lugar (verbos como "estar, vivir, seguir"); En una gramática completa del español, tal vez sea posible demostrar que los verbos de esta clase no deben incluirse en las reglas fraseales sino que pueden derivarse mediante transformaciones. El verbo "ser", por ejemplo, tiene el rasgo inherente de [+estativo] o sea "durativo", y parece ir siempre seguido de una expresión que también tiene el rasgo [+estativo]. Además, en Atr. es inherente el rasgo [+estativo], aunque en ciertos casos el rasgo está sujeto a cambio. Cualquier expresión que le sigue a "estar" tiene el rasgo sintáctico inherente de [—estativo], o sea, "puntual", al igual que el verbo "estar". "Vivir", por otra parte, tiene el rasgo sintáctico inherente de [+estativo], como el verbo

"ser", pero le sigue una expresión que contiene el rasgo sintáctico inherente de [—estativo], igual que el verbo "estar". En oraciones de cierto tipo "vivir" es sinónimo de "siempre estar". El verbo "seguir", como los verbos "ser" y "vivir", tiene el rasgo inherente [+estativo], pero la expresión que sigue puede tener cualquiera de los dos rasgos: [+,—estativo]. Siendo pues, predecibles, sería posible derivar las formas de esta clase (V_c) mediante transformaciones, y aparecería en la estructura patente únicamente la cópula "ser". El "estar" de Aux es un caso diferente porque no es cópula.

88. $V \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} V_{int} & \\ V_{tr} & + \ FN \end{array} \right\}$

Entre los verbos no cópulas, y se debe recordar que esta gramatica es muy incompleta, se establece otra división mayor entre los verbos transitivos y los intransitivos. Son transitivos los que van seguidos de una frase nominal y que entran en oraciones que pueden hacerse pasivas. En una gramática más completa, habría que incluir, cuando menos, otra categoría representada por los verbos seudotransitivos como "tener, pesar", y "costar" que no entran en oraciones que pueden hacerse pasivas.

89. $V_{int} \rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} V_{i_1} & \\ V_{i_2} & + \ Comp \end{array} \right\}$

90. Comp → Lug.

Estas últimas dos reglas señalan la diferencia que hay entre las oraciones siguientes:

91. Juan vive (V_{i_1}) (Es decir, "no está muerto")

92. Juan vive aquí (V_{i_2}) (Es decir, "reside aquí ")

Esta gramática genera, además, otra oración "Juan vive aquí", proveniente de V_c, diferente de la anterior porque no es equivalente a "Juan reside aquí", sino a "Juan siempre está aquí": "Juan vive en la cantina".

93. $Atr \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Adjet \\ FN \end{array} \right\}$

94. FN → Det + P + N^o + N (S')

95. $P \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [+1^a] \\ [+3^a] \\ \left[\begin{array}{l} [-1^a] \\ [-3^a] \end{array} \right] \end{array} \right\}$

La S' de la regla 94 establece que la derivación de la oración 75 es diferente de la 76. En la oración 75, "que viven cerca" es un complemento, mientras que en la 76 es una modificación. El complemento es obligatorio pero la modificación es optativa. La diferencia entre las dos oraciones se ve con más claridad si a la gramática le agregamos una regla de pronominalización:

T8. FN → Pro

Esta regla tiene que introducirse después de la regla de formación del relativizador "que".

Como el pronombre (Pro) se sustituye por toda la frase nominal, su aplicación a las oraciones 75 y 76 arroja los siguientes resultados:

95. Los amigos que viven cerca están invitados → Ellos están invitados.
96. Los amigos, que viven cerca, están invitados → Ellos, que viven cerca, están invitados.

97. $N \rightarrow \alpha N_m$
98. $N^o \rightarrow \alpha$ sg
99. Det → Gen + N^o + Adj
100. Adj. → Gen + N^o + Adjt
101. Aux → (habE + r) Asp + T + P + N^o (M) (habE + do) (estA + ndo)
102. Asp → α Imp
103. T → α Pdo
104. S' → S

Reglas de transformación:

T1. $N^o + X \rightarrow X + N^o$ Donde X = morfema siguiente

T2. P + X → X + P Donde X = morfema siguiente

Con las anteriores reglas fraseales, la nueva T3 queda ampliada así:

T3 $\begin{bmatrix} \text{Gen} \\ \text{ndo} \\ \text{do} \\ \text{T} \end{bmatrix}$ X → X $\begin{bmatrix} \text{Gen} \\ \text{ndo} \\ \text{do} \\ \text{T} \end{bmatrix}$ Donde X = morfema siguiente

T4. Asp + X = X + Asp Donde X = morfema siguiente

T5. $<\text{Gen}>^1 \text{ X} + [\alpha N_m] + \text{Y} < \text{Adj} + \text{Gen} >^2 \rightarrow < [\alpha \text{ Masc}] >^1 + \text{X} + [\alpha N_m] + \text{Y} < \text{Adj} + [\alpha \text{ Masc}] >^2$

Ha habido necesidad de cambiar la regla T5 para evitar oraciones como "*La mujer compró la carro, *El hombre vendió el mesa", etc. La regla, tal como se había formalizado anteriormente, exigía la concordancia de número y género con el sujeto de todo lo que le seguía para generar oraciones como "La mujer es simpática, los hombres son simpáticos", etc. Tal como está presentada la regla ahora, se debe leer de la siguiente manera: si está presente el morfema Gen a la izquierda de X, aquél tiene que concordar con el género del sustantivo que le sigue inmediatamente después de X. Si este caso de Gen no está presente en la descripción estructural, esta parte de la regla es inoperante o vacía. Si en la descripción estructural de Y hay un adjetivo que le sigue, el género de éste también tiene que concordar con el sustantivo inmediato anterior. Si no hay ningún adjetivo que siga a otro sustantivo, también esta parte de la regla es vacía. Como se ha explicado antes, los símbolos "< >" indican que lo que encierran puede o no darse, pero si se da debe aparecer en ambos lados de la flecha. Los números exponentes, e. gr. <Adj + Gen>^{2}, indican que lo que se escoge antes o después de X (o Y) a la izquierda de la flecha se escoge en ese mismo orden a la derecha de la flecha.

T6. $N^o + N + [\alpha sg] + X + < \begin{bmatrix} Gen \\ T \end{bmatrix} + N^o > \rightarrow [\alpha sg] + N + [\alpha sg] + X + < \begin{bmatrix} Gen \\ T \end{bmatrix} + [\alpha sg] >$

T7. habE + r + X → X + r + habE Donde X = morfema siguiente

T8. $[\alpha Imp] \rightarrow [+ Imp] \quad \left\{ \begin{array}{l} habE + r\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_ + [-Pdo] \end{array} \right\}$

T9. $FN^1 + X + FN^1 + Y \rightarrow FN^1 + que + Y + X$

Esta regla declara que si en una cadena producida por la gramática dos frases nominales son idénticas (indicado por el número exponente), la segunda se cambia por "que"; entonces, "que" con todo lo que le sigue pasa después de la primera frase nominal. Así tenemos, como origen de la oración 76: los + amigos + están + invitados + los + amigos + viven + cerca → los + amigos + que + viven + cerca + están + invitados. Ahora la oración 76 coincide en su forma con la oración 75.

T10. $FN + que + V_{cop} + N^o \begin{bmatrix} Atr \\ Lug \\ T \end{bmatrix} Y \rightarrow FN \begin{bmatrix} Atr \\ Lug \\ T \end{bmatrix} Y$

Las partes de esta regla que incluyen T(iempo) y Lug(ar) son, cuando menos, dudosas. Si bien ciertos hablantes aceptan oraciones como "La comida aquí es buena", otro las rechazan a favor de oraciones como "La comida de aquí es buena". Como "de aquí" representa una adjetivización, puede ser mejor suprimir Lug de la regla. Lo mismo ocurriría con T si hubiera objeciones parecidas.

Mediante la regla T10, una cadena como la 105 se convierte en 106, 107, o 108, dependiendo del número de veces que se ejerce la opción:

105. El amigo, que es un francés que es simpático, llegó ayer →

106. El amigo, que es un francés simpático, llegó ayer.

107. El amigo, un francés que es simpático, llegó ayer.

108. El amigo, un francés simpático, llegó ayer.

T11. NP → Pro

Regla poscíclica:

+ → Ø

A continuación ofrecemos la gramática completa que hemos descrito. Incluye reglas fraseales, reglas de tranformación, y el léxico que necesitamos para generar todas las oraciones que hemos venido comentando en este corpus, o inventario, limitado del español. Por ser reglas *ad hoc*, omitimos las reglas morfografémicas o morfofonológicas. Comenzaremos de nuevo a numerar las reglas. Para simplificar la mecánica de las reglas de transformación, introduciremos un nuevo símbolo, "Af", como abreviación de Nº P, Gen, ndo, do, T, Asp, r, habE /r_____. Entonces daremos instrucciones en el sentido de que la regla se aplique de derecha a izquierda, moviendo un solo afijo cada vez.

Reglas fraseales:

1. S → FN + FV (S')

2. FV → Aux + VP

3. $VP \rightarrow \left\{ \begin{matrix} V_{cop} \\ V \end{matrix} \right\}$ (Lug) (Tmp)

4. $V_{cop} \left\{ \begin{matrix} \text{ser} \left\{ \begin{matrix} \text{Atr} \\ \left\{ \begin{matrix} \text{Lug} \\ \text{Tmp} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\} / \text{FN [+ evento] Aux}\_\_\_\_\_ \\ V_c \left\{ \begin{matrix} \text{Adjet} \\ \text{Lug} \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right\}$

5. $V \rightarrow \left\{ \begin{matrix} V_{int} \\ V_{tr} + FN \end{matrix} \right\}$

6. $V_{int} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} V_{i_1} \\ V_{i_2} + Comp \end{matrix} \right\}$

7. Comp → Lug

8. Atr → { Adjet / FN }

9. FN → Det + P + N^{o} + N (S')

10. P → { [+ 1^{a}] / [+ 3^{a}] / [−1^{a}] / [−3^{a}] }

11. N → α N_m

12. N^{o} → α sg

13. Det → Gen + N^{o} + Art

14. Adjet → Gen + N^{o} + Adj

15. Aux → (habE + r) Asp + T + P + N^{o} (M) (habE + do) (estA + ndo)

16. Asp → α Imp

17. T → α Pdo

18. S' → S

Reglas de transformación

T1. Obligatorio

Af + X → X + Af Donde X = un solo morfema

Instrucciones: Mueva un Af a la vez, procediendo de derecha a izquierda

T2. Obligatorio

$<$Gen$>^{1}$ X + [α N_m] + Y $<$Adj + Gen$>^{2}$ → $<$[α Masc]$>^{1}$ + X + [α N_m] + Y $<$Adj + [α Masc]$>^{2}$

T3. N^{o} + N + [α sg] + X + $<$ [Gen / T] + N^{o} $>$ → [α sg] + N + [α sg] + X + $<$ [Gen / T] + [α sg] $>$

T4. Obligatorio

$$[\ \alpha\ \text{Imp}] \rightarrow [+\text{Imp}] \quad / \quad \left\{ \begin{array}{l} r + \text{habE} \_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_ [-\text{Pdo}] \end{array} \right\}$$

T5. Obligatorio

$$FN^1 + X + FN^1 + Y \rightarrow FN^1 + \text{que} + Y + X$$

T6. Optativo

$$FN + \text{que} + V_{cop} + N^o \begin{bmatrix} \text{Atr} \\ \text{Lug} \\ \text{T} \end{bmatrix} \quad Y \rightarrow FN \begin{bmatrix} \text{Atr} \\ \text{Lug} \\ \text{T} \end{bmatrix} Y$$

T7. Optativo

$$NP \rightarrow \text{Pro}$$

Regla poscíclica

$$+ \rightarrow \emptyset$$

SIMBOLOS Y UTILES ABREVIATORIOS

α = "más" o "menos"

β, γ, δ = establecen factores de identidad

+ = "más"; símbolo de concatenación

_ = "menos"

→ = "se desglosa", "consiste de", "se convierte en"

/ = "en el contexto "

(X) = "X es optativo"

<X> = "X puede o no estar presente a la izquierda de la flecha, pero si está presente tiene que convertirse en Y a la derecha de la flecha"

[αX]= "X es un rasgo de selección binario"

$\begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix}$ "Escoja uno, X o Y"

$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ "X se convierte en A y/o Y en B"

Ø = cero

X^1, X^2, X_1, X_y = establecen factores de identidad

A, E, I, ("hablA, bendE, benI") = vocal temática

Adj = raíz del adjetivo

Adjet = frase adjetival con sus rasgos

Af = afijo

Art = raíz del artículo

Asp = aspecto

Atr = atributo

Aux = auxiliar

Comp = complemento

Det = determinante

FN = frase nominal

FV = frase verbal

Gen = género

Imp = imperfecto

Lug = lugar

N = nombre, sustantivo

N^o = número

N_f = nombre, sustantivo femenino

N_m = nombre, sustantivo masculino

P = persona

Pdo = pasado

Pres = presente

pl = plural

Pro = pronombre

S = oración, sentencia

sg = singular

T = tiempo verbal

Tmp = tiempo léxico

V = verbo

V_{cop} =	verbo copulativo
V_{i_1} =	verbo intransitivo simple
V_{i_2} =	verbo intransitivo que exige un complemento
V_{int} =	verbo intransitivo
VP =	verbo principal
V_{tr} =	verbo transitivo
X, Y, Z =	variables

BIBLIOGRAFIA

Bach, Emmon. 1964. An introduction to transformational grammars. New York: Holt, Rinehart & Winston.

Chomsky, Noam. 1957. Syntactic structures. The Hague: Mouton.

. 1962. A transformational approach to syntax. In The structure of language, ed. by J. Fodor and J. Katz. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice–Hall.

1965. Aspects of the theory of syntax. Cambridge, Mass.: the MIT Press.

Hidalgo–Esquivel, Danilo. 1970. A contrastive study of some English and Spanish phrase–structure features and transformations. Ciudad Universitaria Rodrigo Facio: Publicaciones de la Universidad de Costa Rica.

Koutsoudas, Andreas. 1966. Writing transformational grammars: an introduction. New York: McGraw–Hill.

Otero, Carlos–Peregrín. 1970. Introducción a la lingüística transformacional. México: Siglo Veintiuno Editores.

EL METODO DE LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD

Rodolfo Herrera Jiménez *

"El progreso científico consiste en reconocer la proposición lógica según la cual lo negativo es, al mismo tiempo positivo; o que esto que es contradictorio, apunta solamente a la negación de su contenido particular; o bien, que tal negación no es la negación de todo, sino sólo de una cosa determinada, y que en consecuencia el resultado contiene esencialmente aquello que se produce en cuanto que es resultado... Al propio tiempo que el resultado de la negación es una negación definida y precisa, ella posee un contenido. Se trata de un concepto nuevo, más rico que el precedente y superior a él. En efecto, se enriquece con la negación de éste, de su contrario, y, por consecuencia, lo contiene; pero contiene algo más, que es la unidad de sí mismo y de su contrario".

Hegel, Ciencia de la lógica,
tomo I, pág. 71

* Profesor del Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Costa Rica.

La Teoría de la Elasticidad ha sido siempre para los "mecanicistas", análogamente como el latín para los filósofos, una materia de educación clásica. El objeto de esta es explicar cuál es su método propio, es decir, el medio que esta ciencia usa para descifrar los hechos. Se verá también que es el mismo que el de la Resistencia de Materiales.

Primero se dará una idea del tipo de problemas que la Estática del "cuerpo rígido" puede resolver. Esto es necesario pues igual que en la Geometría, en la que a las nociones primeras se les vacía de contenido concreto separándolas del mundo exterior, llegándose por ejemplo a líneas ideales sin espesor, sin extensión, etc., en la Estática se emplea la noción abstracta de cuerpo rígido. El cuerpo rígido es un modelo el cual es un orden estructuralmente inferior respecto al sistema de la realidad que se estudia y la cual siendo mucho más compleja, se comprende por medio de este de una forma aproximada. Así si un sistema tiene determinadas características que definen su comportamiento, de ello no se deriva en modo alguno que la realidad que trata de representar consista de tales abstracciones, sino que más bien significa que para el funcionamiento del sistema escogido sólo son suficientes algunas características fundamentales. Al hacer una abstracción o sea, en cuanto se absolutiza o exagera determinada cualidad, se prescinde de las otras.

Considérese un bloque pegado a dos alambres de longitud l y de peso Q. (Fig. 1). Se trata de encontrar las tensiones T_1,T_2. Si se considera el bloque rígido y los alambres inextensibles, y se aplican las ecuaciones de equilibrio, se tiene:

$$\overline{R} = \overline{0}, \overline{M}_0 = \overline{0} \tag{1}$$

en donde:

$$T_1 = T_2 = Q/2 \tag{2}$$

El resultado (2) se obtiene utilizando solamente a las ecuaciones del equilibrio. Este planteamiento simple es típico de la estática de los sistemas rígidos.

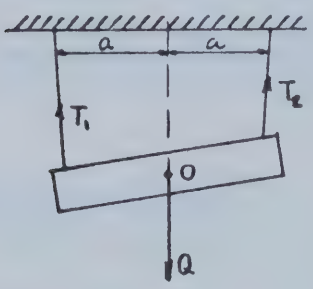


Fig. 1

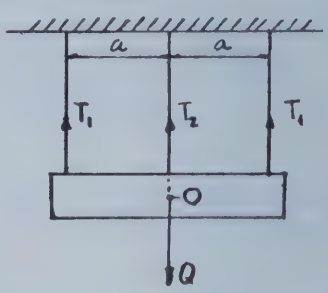


Fig. 2

Supóngase ahora que el bloque está pegado a tres alambres equidistantes y de igual longitud (Fig. 2) y trátese de resolver el problema manteniendo el modelo rígido. El número de incógnitas fuerza se ha aumentado a tres ahora y el número de ecuaciones de equilibrio permanece igual a dos. De (1) se encuentra que $T_1 = T_2$, $T_1 + T_2 + T_3 = Q$ de

donde resulta

$$2T_1 + T_2 = Q \tag{3}$$

De esta relación es evidente que existen infinitas soluciones "estáticamente admisibles" para el problema. Esto se ha llamado la "paradoja" de la Estática y el problema se dice "estáticamente indetermina do". Obviamente este tipo de indeterminación es una regla más que una excepción pues después de todo siempre se puede seguir agregando alambres.

Dado que en la naturaleza no existen tales paradojas esta indeterminación no refleja más que la limitación del modelo rígido. Este ya no sirve más y sus límites de aplicación están marcados por la paradoja, es decir, por aquellos problemas que permanecen insolubles mientras se mantenga a este sistema como representación del objeto físico.

En la determinación del cuerpo rígido está implicada la del cuerpo deformable, de su opuesto. Para comprender el sistema deformable se ha usado primero el modelo rígido en el cual está implicada la relativa abstracción de los otros elementos sin que por ellos quiera decirse que estos dejan de existir.

¿Cómo se puede avanzar en la solución del problema planteado por el modelo usado? Es necesario primero negar la hipótesis de la rigidez, y suponer que los alambres se deforman, que son extensibles. Esto obliga a considerar otros aspectos del fenómeno en su totalidad, y agregar aspectos de la realidad esenciales que se han dejado a un lado.

En efecto si los alambres se deforman, como efectivamente lo hacen, se deben cumplir las condiciones geométricas de vínculo de los cuerpos del sistema. Así en el ejemplo, si d_1 y d_2 son los alargamientos supuestos producidos por las acciones T_1 y T_2 estas deformaciones deben ser *compatibles*, y entonces de la simetría de la suspensión se requiere que:

$$d_1 = d_2 \tag{4}$$

Esta condición representa la ecuación de *compatibilidad de los desplazamientos* para este caso.

Por otra parte, entre las acciones y los alargamientos debe existir alguna relación empírica, la cual depende del tipo de material que compone a los alambres. Es posible entonces usar datos experimentales concernientes a esta dependencia y dar ecuaciones constitutivas de los materiales usados (como la ley de Hooke). Para el ejemplo, en el que los alambres externos son de igual material se puede escribir que:

$$T_1 = k_1 d_1 \quad , \quad T_2 = k_2 d_2 \tag{5}$$

donde k_1 y k_2 son las constantes propiedad del material (en este caso supuesto elástico–lineal).

Se tienen ahora tres ecuaciones, pero el número de incógnitas se ha aumentado a cuatro: d_1, d_2, T_1, y T_2.

Si se aplicaran las ecuaciones del equilibrio, se debe tomar en cuenta que al deformarse los alambres las fuerzas ya no son constantes. La esencia de la solución está en suponer que las deformaciones ya no son cero, como en el modelo rígido, y afirmar a renglón seguido y eso será una negación de la negación de la hipótesis de la rigidez, que incluso cuando los alambres ya no son inextensibles, las ecuaciones del equilibrio se pueden aplicar como si el sistema lo fuera.

En efecto, usando las (3), (4) y (5) simultáneamente, se obtiene que

$$T_1 = \frac{k_1}{2h_1 + h_2} \quad , \quad T_2 = \frac{k_2}{2h_1 + h_2} \tag{6}$$

Esta solución satisface no sólo a las ecuaciones del equilibrio, sino también la condición de la compatibilidad para las deformaciones: se dice que ambas son *estática y geométricamente* (cinemáticamente) admisibles.

Aunque las deformaciones se han considerado a través de la (5), han sido todavía despreciadas al derivar la (3), de modo que los brazos de momento y las componentes de las secciones se calcularon a partir de la configuración original y no deformada.

La negación de la inextensibilidad de los alambres es solo una negación abstracta que no resuelve el problema, sólo prepara y hace posible la segunda. Para que esta sea concreta es necesario que en cierto sentido nada distinga a la estática del sistema deformable de la del rígido. Se introduce entonces una nueva noción: la teoría de las *deformaciones pequeñas* pues siempre que las ecuaciones de equilibrio estén en juego la pequeñez de las deformaciones permitirán basar los cálculos de la configuración original y no deformada del sistema. Esta solución contiene a pesar de lo trivial del problema todas las características de la teoría de la elasticidad. Es importante observar que en lo que se refiere a la compatibilidad, no importa cuán pequeñas sean las deformaciones, pues es la distribución de ellas lo que fundamenta el método de solución.

Por ejemplo si $d_1 = e$, $d_2 = 2e$, donde e es tan pequeña como se desee, la pequeñez es irrelevante. Lo que importa realmente es que uno sea el doble del otro, de modo que las tensiones también estén en la razón de dos a uno (en el caso elástico lineal).

Sin embargo sólo utilizando deformaciones pequeñas es posible aplicar las ecuaciones del equilibrio en la configuración original del cuerpo.

En el caso de una barra la indeterminación estática se vuelve infinita, a pesar de que el término "indeterminación estática" es casualmente reservado para aquellos casos en que la redundancia es finita.

Si se visualiza el vector esfuerzo en cada punto de una sección transversal como la representación de la acción que ejerce un filamento infinitamente delgado, entonces se necesitaría una cantidad infinita de ellos para representar a una distribución de esfuerzos.

La teoría de la elasticidad resuelve el problema con la misma metodología ya expuesta, o sea utilizando entonces simultáneamente a las ecuaciones de equilibrio, constitutivas (ley de Hooke) y de compatibilidad de las deformaciones. La diferencia ahora consiste en que en lugar de alargamientos y fuerzas se usan deformaciones ε, desplazamiento u esfuerzos σ en que las relaciones que antes eran algebraicas se convierten en ecuaciones diferenciales parciales.

Las ecuaciones de equilibrio y su correspondencia con las anteriores son las siguientes:

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0 \longleftrightarrow R = 0$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \longleftrightarrow M_o = 0$$

Las ecuaciones constitutivas del material en el caso de un cuerpo elástico–lineal e isotrópico se denominan Ley de Hooke generalizada y tiene la forma siguiente:

$$E\varepsilon_{ij} = (1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\delta_{ij}\sigma_{kk}$$

donde E es el módulo de elasticidad del material (módulo de Young) y ν es la razón de

Poisson. E y ν se pueden encontrar con una prueba de tensión, siendo E una medida de la rigidez: $E\sigma_{xy} = \sigma_{xx}$ y ν de la contracción lateral: $E\varepsilon_{yy} = E\varepsilon_{zz} = -\nu\sigma_{xx}$

Con la ley de Hooke se define una "clase de materiales" y desde un punto de vista matemático es un "modelo de respuesta". Este modelo es en el marco físico una idealización de los resultados experimentales para ciertos rangos de carga y condiciones ambientales y particulares.

El máximo esfuerzo cortante $\tau_m = \frac{1}{2}\sigma_{xx}$ y la máxima deformación cortante = $\frac{1}{2}\varepsilon_{xx}(1+\nu)$ Resulta entonces $E\gamma = (1+\nu)\tau$ Como se está usando la hipótesis de la isotropía esta relación es válida para todos los planos de modo que $E\varepsilon_{ij} = (1+\nu)\sigma_{ij}$, $i \neq j$. La fórmula general (8) se obtiene a partir de una superposición de las particularidades:

$$E\varepsilon_{xx} = \sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}), \ldots, \ldots, E\varepsilon_{xy} = (1+\nu)\sigma_{xy}, \ldots$$

Para cualquier distribución de esfuerzos estáticamente admisibles σ_{ij} las deformaciones correspondientes ε_{ij} se pueden calcular con la ley de Hooke. Sin embargo en general los elementos de volumen deformados no empatan perfectamente.

Para caracterizar las deformaciones compatibles se introduce un campo vectorial de desplazamientos u definidos por:

$$\bar{u} = \bar{x} - \bar{X} \tag{9}$$

donde $\bar{x}$, $\bar{X}$ son las posiciones inicial y final respectivamente de una partícula. Las *deformaciones compatibles* son definidas entonces por medio de relaciones *desplazamiento–deformación:*

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \tag{10}$$

es decir, las deformaciones compatibles son derivables de un campo vectorial continuo y diferenciable. Los desplazamientos deben ser funciones monovalentes de posición y en el caso en que sean funciones multivaluadas, estas se pueden convertir en funciones monovaluadas restringiendo sus dominios.

En resumen el *sistema fundamental* de ecuaciones de la elasto–estática lineal, isotrópica e isotérmica es el siguiente:

Equilibrio (Estáticas):

$$\sigma_{ij,j} = 0 \tag{11 a}$$

Constitutivas (Físicas: Hooke):

$$E\varepsilon_{ij} = (1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\delta_{ij}\sigma_{kk} \tag{11 b}$$

Compatilibilidad (Geométricas: Deformaci-on–desplazamiento)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \tag{11 c}$$

Sin embargo la solución del problema de la Teoría de la Elasticidad no es sencilla y es necesario buscar la elaboración de teorías más simples haciendo otras hipótesis adicionales.

Por ejemplo, para estimar la carga más segura sobre una viga, un método que utilice ecuaciones diferenciales parciales es muy dificultoso en la práctica y tal vez daría un grado de exactitud innecesario. Las teorías simplificadas usualmente son clasificadas en lo que se llama la "Resistencia de Materiales".

La dificultad para obtener una solución exacta en los problemas prácticos, dada la naturaleza compleja de las cargas y de la forma de los cuerpos, hace necesario realizar ciertas simplificaciones. Así la geometría de un cuerpo se puede aproximar por medio de uno o más cuerpos simples y la carga con otra simplificada y que es generalmente la equivalente estática de ella. Se hacen hipótesis sobre los desplazamientos, usándose grupos de deformaciones compatibles especiales. Así, por ejemplo, para la extensión, flexión y torsión de cuerpos prismáticos se asume que durante una deformación las secciones transversales quedan planas y sólo se trasladan y giran. Estas hipótesis son sugeridas de la observación en *experimentos simples* y en muchos casos los resultados se aproximan adecuadamente a las deformaciones reales. Una vez que el tipo de deformación se ha supuesto, la naturaleza de la distribución de las deformaciones (y también de los esfuerzos) se concluye de inmediato. Las magnitudes de los esfuerzos se calculan considerando el equilibrio de las partes del cuerpo.

APENDICE: REFERENCIAS

1. Couburn J., Tratado de Resistencia de Materiales, Editorial Aguilar, Madrid, 1958.

2. De Gortari E., Filosofía de la Física, UNAM, México, 1964.

3. Green, A.E. y W. Zerna, Theoretical Elasticiy Oxford, Eng. Clarendon Press, 1954

4. Struik, E., Las Matemáticas, sus orígenes y su desarrollo, Editorial Siglo XX, Buenos Aires, 1960.

5. Truesdell, C., Stages in the Developement of the Concept of Stress. Problems in Continuum Mechanics, Soc., for Indust. and Appl. Math. Philadelphia, 1961 (pp 556–564).

6. Hegel G. W. F., Ciencia de la Lógica, Buenos Aires, Librería Hachette, 1956; tomo I, pág. 74.

LA TAXONOMIA NUMERICA EN LAS CIENCIAS GEOLOGICAS: ANALISIS DE BUSQUEDA DE GRUPOS

Rolando Castillo M. Ph. D. *

Resumen

Se hace un enfoque acerca de la importancia de definir y evaluar los "grupos naturales" relacionados con rasgos geológicos mapeables y los problemas que surgen en su definición debido a problemas de distorsión.

Los resultados del granito del Monte Shoodridge han servido para mostrar las dificultades de distorsión que se presentan por el uso de diversos parámetros y la importancia que tienen los métodos de búsqueda de grupos para asistir en la solución de problemas geológicos usando aquellos parámetros más apropiados. Con este tipo de análisis gran variedad de problemas no resueltos por los procedimientos clásicos de campo podrían ser mejor interpretados con la ayuda de estas técnicas de clasificación.

La mente humana posee una capacidad limitada por el espacio tridimensional y muchas estructuras distribuídas en el espacio multidimensional no pueden ser resueltas con los procedimientos corrientes de observación científica.

Los métodos de búsqueda de grupos son aconsejables para esta clase de soluciones, pues solamente con las mediciones geológicas corrientes se logran obtener estructuras simples de fácil acceso a la mirada del hombre.

Introducción

Este trabajo tiene como propósito presentar algunos de los resultados preliminares obtenidos al aplicarse métodos estadísticos "computerizados" de clasificación (métodos de búsqueda de grupos) a un pequeño grupo de datos geoquímicos (16 muestras, 10 elementos). La labor fue realizada con el objeto de probar el comportamiento general de los resultados aplicando diferentes técnicas y parámetros para la subsecuente aplicación de los mismos métodos a gran cantidad de datos geoquímicos regionales (1000 muestras) multi–elementales (10–15 elementos), provenientes del Atlas Geoquímico Regional de Inglaterra y Gales. La interpretación de los resultados se basa en la delimitación de "grupos naturales" que óptimamente deberían ser representativos de una determinada condición o ambiente geológico. Debido a lo anterior, se hace referencia a aspectos teóricos de Taxonomía Numérica que tratan del concepto de "grupo natural" para un mejor entendimiento de los factores y problemas que estarían afectando dichos resultados

* Dirección de Geología, MEIC.
Profesor, Escuela Centroamericana de Geología, Universidad de Costa Rica.

y su interpretación.

El procesamiento de los datos fue realizado en las computadoras CDC 6400 y 6600 del Imperial College y la Universidad de Londres, respectivamente. El tiempo de procesamiento de los datos del Monte Shoobridge y la impresión de los gráficos tomó 10 segundos de tiempo central.

Este trabajo forma parte de la tesis presentada por el autor a la Facultad de Ciencias de la Universidad de Londres, como requisito para optar por el grado académico de "Doctor of Philosophy" (Ph. D.) El autor formó parte del GRUPO de Investigación de Geoquímica Aplicada de la Escuela Real de Minas, Imperial College, soportado por el Consejo Nacional de Investigación del Ambiente, bajo la dirección general del Profesor John S. Webb. La investigación en el campo de los métodos estadísticos computerizados aplicados a datos geológicos y geoquímicos prosigue bajo la responsabilidad del Dr. Richard J. Howarth, profesor del Departamento de Geología.

Taxonomía Numérica y grupos naturales

En las ciencias biológicas, Taxonomía es el estudio teórico de la clasificación, incluyendo sus bases, principios, procedimientos y reglas (Simpson, 1961, p. 11). En el pasado, la mayoría de los principios de clasificación fueron aplicados a datos biológicos; en la actualidad, dichos principios se han extendido al tratamiento de otros tipos de datos numéricos y el término Taxonomía Numérica es ya de uso generalizado. Sokal y Sneath, (1963, p. 48) definen el término como "la evaluación numérica de la afinidad entre unidades taxonómicas y el ordenamiento de estas unidades en taxa sobre la base de sus afinidades".

La Taxonomía Numérica se basa en las ideas de Adamson. Los siguientes axiomas (modificados de Sneath, 1958, p. 5), definen su pensamiento:

1. La Taxonomía ideal es aquella en la cual los taxa tienen el mayor contenido de información basada en la mayor cantidad de caracteres como sea posible.

2. *A priori*, cada caracter es de igual peso cuando son taxa naturales.

3. La similaridad (o afinidad) de conjunto entre cualquiera dos entidades es una función del grado de similaridad de los muchos caracteres, con base en los cuales los mismo están siendo comparados.

4. Distintos taxa pueden ser construídos debido a las diferentes correlaciones de caracter de los grupos en estudio.

5. La Taxonomía tal y como es concebida por nosotros, es estrictamente una ciencia empírica.

6. La afinidad se estima independientemente de consideraciones filogenéticas.

Una vez que los datos numéricos han sido computados, el principal problema es si las unidades taxonómicas definidas, son realmente representativas de las condiciones naturales, en otras palabras, si ellos representan grupos "naturales" y no grupos "arbitrarios", producto del error humano.

En el campo de la biología, Danser (1950) comprende la dificultad de definir grupos naturales, pero no le es posible establecer ninguna definición científica exacta de ellos, concluyendo con la esperanza de que "algún día la sistemática alcanzará una condición más exacta, lo cual no altera el hecho de que en la actualidad somos más

intuitivos a la vez de científicos en procedimiento".

Gilmour (1937, 1940, 1951, 1961b), ha enfatizado: "podemos ordenar creaturas vivientes en formas diversas, pero escogemos una forma porque consideramos que es la mejor para algún propósito. Si el propósito es restringido, entonces la clasificación es una clasificación especial comunmente llamada "arbitraria". Tal clasificación considera menor información que una general o "natural". Gilmour está de acuerdo en que una taxonomía "natural" constituye el logro principal de todos los científicos.

Los primeros intentos para separar datos dentro de grupos "naturales" mediante el empleo de métodos numéricos fueron efectuados en las ciencias biológicas, por medio de la representación dendrogramática jerárquica.

Forgy (1963), refiriéndose al problema de definir grupos "naturales" en el espacio multidimensional dice que es necesario relacionar las ideas de mezcla y grupos "naturales" a algún aspecto de las medidas observadas. El visualizó la naturalidad de un grupo como una aglomeración densa de puntos individuales (muestras) distribuídos en el espacio Euclideano p–dimensional (donde p es el número de variables que definen los individuos o muestras) separados por regiones de menor densidad de puntos que contienen pocos individuos. Cada uno de los grupos más densos corresponden a una población, cada uno constituído por una moda específica; un único grupo natural explicaría por lo tanto una población unimodal. Con el objeto de detectar la presencia o ausencia de un grupo natural en el espacio imaginario multi–dimensional del matemático, Forgy propuso el uso de una matriz de distancias (Euclideanas) entre todos los pares de individuos como el mejor punto de partida, porque este procedimiento suministra toda la información concerniente a las posiciones relativas de los puntos (muestras o individuos) en el espacio.

Posteriormente, Forgy (1965) apunta que un sistema eficiente de clasificación para clasificar todas las muestras multivariables dentro de grupos naturales, implica clases compactas y homogéneas. La mejor partición estadística sobre esta base es lograda con la mínima suma de cuadrados (variancia) entre grupos. Con referencia al diagrama Herzprung–Russell, (Fig. 1) acerca de la distribución de las estrellas sobre la base de dos variables: la luminosidad absoluta y temperatura, se observan dos grupos naturales obvios: la "secuencia principal de estrellas" y las "gigantes rojas", ambos grupos separados por mezclas más difusas de estrellas. La partición de la variancia (P–P') mínima corta artificialmente a través de los grupos naturales sin evidenciar su distribución espacial 2–dimensional. De esta forma se puede esperar la existencia de métodos de clasificación de grupos prácticos y no prácticos. Por lo tanto, se deben dy encontrar técnicas de búsqueda de grupos que disminuyan este tipo de fraccionamiento artificial de los datos.

Los principios generales aplicados a la clasificación de datos biológicos pueden ser también aplicados a la clasificación de datos geológicos. Usando datos numéricos en las ciencias geológicas se pueden también esperar similares problemas en la definición de grupos geológicos (p.e. geoquímicos, estructurales, etc.) naturales. En el caso específico de datos geoquímicos, los grupos naturales están directamente(objetivamente) controlados por las unidades de roca, la mineralización, la contaminación y el ambiente secundario. Sin embargo los mismos grupos naturales pueden estar influenciados subjetivamente por las variables consideradas en los datos, los errores de muestreo y analítico, la clase de métodos estadísticos usados y todo aquello influenciado por el error humano.

Métodos de búsqueda de grupos

Análisis jerárquico de grupos

El análisis jerárquico de grupos ha sido ampliamente usado en el pasado y está alcanzando gran importancia en las ciencias geológicas. Muy poco o ningún conocimiento

geológico *a priori* es requerido y las muestras son agrupadas de acuerdo a sus mediciones (composición química, tamaño del grano, permeabilidad, etc.) en grupos que deberían representar una categoría "natural" representativa del ambiente geológico. Coeficientes de similaridad son calculados entre cada par de muestras o variables dependiendo de si los agrupamientos son entre muestras (Q—modal) o entre variables (R—modal). El análisis de grupos aglutina aquellas variables (c muestras) con elevada similaridad dentro de grupos en una forma jerárquica en orden de similaridad decreciente de tal forma que sus interrelaciones quedan completamente contenidas en dos dimensiones en la forma gráfica de un dendrograma. En la práctica resulta difícil y hasta imposible obtener una representación efectiva de datos multidimensionales en un diagrama de dos dimensiones de este tipo, y por lo tanto es esperable alguna distorsión de la estructura. Hay una amplia diversidad de métodos para aplicar el análisis de grupos. Dentro de los usados con mayor frecuencia están los métodos de "grupo" propuestos por Sokal & Michener (1958). Los más simples de estos métodos son los métodos de "grupo—par" en los cuales los nuevos grupos producidos en cualquier estado del proceso de agrupamiento contienen solamente dos miembros.

En el dendograma, las variables (o muestras) están representadas por los extremos de dos c más ramas que emanan de cualquier punto de bifurcación, y al nivel en donde dos ramas se unen es el máximo coeficiente de similaridad al cual los grupos de variables (o muestras) se asocian. Las variables (muestras) ocupando posiciones intermedias entre dos grupos "naturales" son afectados, ya que la sobreposición entre grupos no es permitida, y son entonces forzados a formar parte de uno u otro grupo.

Samon (1969) menciona las siguientes deficiencias de los "métodos computerizados" (algorithms) de búsqueda de grupos.

1) Cuando se usa un método particular (programa para computadora) la configuración resultante es altamente dependiente de un grupo de parámetros que pueden ser establecidos por el usuario.

2) La mayoría de los métodos de grupos existentes son particularmente sensitivos a estructuras hiperesféricas y son poco eficientes para detectar relaciones más complejas en los datos.

3) Tal vez la deficiencia más seria de los métodos actuales es que en realidad no existe un procedimiento bueno para evaluar la configuración resultante.

4) Cuando dos muestras están cercanas, muestras yaciendo entre los mismos, tienden a formar un puente causando sobreposición dañina.

Existen varios métodos para determinar los coeficientes de similaridad. Los mismos se pueden agrupar en dos categorías: aquellos usando datos numéricos como el coeficiente (producto—momento) de Pearson de correlación, el de distancia y el cos θ, y aquellos usando datos no—numéricos codificados como los coeficientes de "relación" (matching) y de asociación.

El coeficiente de correlación (producto—momento) de Pearson establece el grado de asociación existente entre las observaciones de dos variables si se aproximan a una línea recta cuando se plotean en un sistema coordenado cartesiano (Fig. 2) y pueden alcanzar valores que oscilan entre —1.0 a +1.0. El valor cero no indica ninguna correlación.

El coeficiente de correlación se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{p} \frac{Xi\ Yi}{p} - \bar{X}\,\bar{Y}}{S_x\ S_y}$$

donde r = coeficiente de correlacion.
Xi = variable X,
Yi = variable Y,
$\bar{X}$ = media aritmética de los valores de X,
$\bar{Y}$ = media aritmética de los valores de Y,
Sx = desviación standard de los valores de X,
Sy = desviación standard de los valores de Y,
p = número de valores cuyos subíndices i, oscilan de l a p.

El coeficiente de distancia define el grado de similaridad sobre la base de las medidas cuantitativas entre dos variables aplicando el teorema de Pitágoras. La distancia D, entre dos puntos (A y B), cuyas posiciones están especificadas en un sistema cartesiano de dos variables (X,Y) se computa de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$D = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

donde X_1, X_2, Y_1, Y_2, son los valores coordenados de dos variables (mediciones) y D la distancia que las separa (Fig. 3).

El teorema de Pitágoras es también aplicable al espacio tridimensional y multidimensional. La distancia entre dos puntos en el espacio p–dimensional, se puede generalizar de la forma siguiente.

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^{p} (X_{i1} - X_{i2})^2}$$

donde i oscila de 1 a p, y se obtiene la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados en cada dimensión para p–dimensiones. Los valores de los coeficientes oscilan entre 0.0 y 1.0. Detalles sobre los coeficientes anteriormente mencionados, se encuentran en Sokal y Sneath (1963) y Harbaugh y Merriam (1968).

El método de mapeo no lineal

El método de mapeo no lineal (NLM), ha sido desarrollado por Sammon, (1969) con el objeto de atenuar las distorsiones que se presentan cuando se pasa de la estructura multi–dimensional a la de dos dimensiones. El método efectúa un mapeo de N–muestras distribuidas en el espacio p–dimensional al espacio 2–dimensional, de tal forma que la estructura original (multidimensional) es mantenida con el mínimo error de mapeo (E). Esto es logrado acomodando los N–puntos (muestras) en el espacio 2–dimensional de tal

forma que las distancias entre los puntos se aproximan a aquellas distancias del espacio p–dimensional.

Sammon (1969), estima que el método NLM es altamente prometedor porque no es afectado por las deficiencias generales del análisis jerárquico de grupos mencionados anteriormente, más bien:

1. La rutina no depende de ningún parámetro de control que requeriría un conocimiento *a priori* acerca de los datos;

2. Es altamente eficiente para identificar estructuras hiperesféricas, hiperelipsoidales, y otras estructuras complejas de datos;

3. El diagrama 2–dimensional resultante puede ser fácilmente evaluado por el investigador, dada su excelente habilidad para identificar estructuras de datos en diagramas de dos dimensiones, (p.e. el diagrama Hertzprung–Russell, Fig. 1).; el problema de sobreposición de grupos es mínimo ya que los humanos fácilmente eliminan datos engañosos pues realizan observaciones globales de conjunto (las máquinas tienen dificultad de efectuar esta tarea); el método es simple y eficiente.

Análisis de búsqueda de grupos aplicado al Monte Shoobridge

Resultados del análisis de clasificación de grupos fue efectuada usando la "unión–promedio" (Sokal y Sneath, 1963, p. 182) con el método "grupo–par pesado" (WPGM) de Sokal y Michener (1958). Diferentes transformaciones, coeficientes de correlación y diferentes ordenamientos de grupo de datos fueron usados con el propósito de mostrar el comportamiento de las estructuras dendrogramáticas cuando se usan diferentes parámetros. También los grupos naturales son evaluados desde el punto de vista de su correlación con las principales unidades geológicas.

Rhodes (1969), efectuó el levantamiento geológico de un pequeño stock diapírico de granito en el territorio norte de Australia cerca de 160 kms al sur de Darwin.

El granito, ocupando una área de aproximadamente una milla cuadrada, fue dividida con base en mapeo geológico de campo, en tres tipos petrológicos: 1) una granodiorita marginal, 2) una granodiorita porfirítica y 3) un pequeño núcleo de adamelita leucocrática (Fig. 4).

Rhodes aplicó análisis jerárquico de grupos a 16 muestras colectadas sobre las diferentes unidades del granito. Como puede ser observado en el dendograma Q–modal (Fig. 4) los grupos taxonómicos muestran una directa relación con las unidades geológicas, "mapeadas" a un nivel de correlación apropiado. Al bajar el coeficiente de correlación a 0.2, un grupo intermedio (no detectado previamente en el campo) entre la granodiorita porfirítica y la granodiorita marginal fue reconocido. Sin embargo, disminuyendo aún más el coeficiente de distancia, se pierde el detalle de la delimitación de los grupos petrológicos y algunos se fusionan entre sí. Una mala selección de los diferentes niveles de correlación puede causar la pérdida de detalle en los grupos taxonómicos, los cuales podrían no ser representativos de la geología mapeable. El re–examen (Castillo, 1973) de los datos de Rhodes, produjo dendogramas Q– y R–modales tomando en consideración 10 elementos mayores en forma de óxidos (Si, Al, Fe, Ca, Na, K, Ti, Mn, Mg y P).

La matriz de datos fue computada de los datos originales ya sea: 1) dividiendo los datos por el máximo valor y 2) comprimiendo (normalizando) los valores de los datos entre 0.0–1.0. Coeficientes de correlación y distancia fueron computados en todos los casos. En este estudio el coeficiente de distancia (d) se refiere al inverso ($d^* = 1 - d$) y en

vez del coeficiente (d) usado por Rhodes. Los resultados se presentan en las figuras 5, 6 y 7.

Resultados Q–modales

1– Todos los grupos petrológicos fueron perfectamente separados a un coeficiente de distancia de aproximadamente 0.85 cuando los datos fueron transformados dividiendo por el máximo valor (Fig. 5B). Sin embargo, cuando las muestras fueron sorteadas en orden diferente y procesadas en la misma forma, la muestra 9 fue mal clasificada (Fig. 5B[1]).

2– Todos los grupos petrológicos fueron perfectamente separados a un coeficiente de distancia constante de 0.73 cuando los datos fueron normalizados (comprimidos entre 0.0–1.0 (Fig. 6D[1]). Sin embargo, cuando las muestras fueron sorteadas en diferente orden, el grupo de granodiorita porfirítica y el grupo intermedio fueron agrupados como un grupo individual, probablemente debido a su similaridad geoquímica, una afinidad ya establecida en el dendograma de Rhodes (Fig. 4).

3– Los grupos petrológicos no son bien separados cuando los datos son transformados ya sea dividiendo por el máximo valor o normalizando y empleando el coeficiente de correlación (Fig. 5A, A'; 6C, C'). Coeficientes de correlación establecidos a niveles constantes generalmente muestran grupos, los cuales, no guardan concordancia completa con los tipos petrológicos mapeados; en su lugar, cada grupo petrológico es definido por coeficientes específicos distribuídos dentro de un "ámbito de coeficiente de correlación" que contiene todos los grupos.

Conclusiones Q–modales

Las estructuras dendrogramáticas más estables (Fig. 5B, B') que produjeron la mejor solución de clasificación de los grupos petrológicos existentes fueron aquellos derivados de dividir los datos por el máximo valor y de calcular el coeficiente de distancia.

Resultados R–modales

Los resultados del análisis R–modal se presenta en la figura 7. El diferente ordenamiento de las muestras en el paquete de cartas no afectó la estructura de los dendrogramas. Dendrogramas ideńticos fueron obtenidos considerando ya sea los datos originales, los datos transformados dividiendo por el máximo valor o normalizados entre 0.0–1.0 y usando una matriz de coeficientes de correlación.

La figura 7A muestra la asociación de Si–Na (elementos fundamentales de los minerales félsicos), Ti–P–Fe–Mn–Mg–Ca (elementos fundamentales de los minerales máficos) definidos a un nivel de correlación de 0.88 y de Al y K (elementos fundamentales de los minerales félsicos) comportándose independientemente a niveles más bajos (0.3) e inesperadamente mostrando mayor correlación con los elementos típicos de los minerales máficos.

La figura 7B muestra los resultados R–modal derivados de computar el coeficiente de distancia de una matriz de datos obtenidos de dividir por el máximo valor. La asociación de elementos félsicos (representada por cuarzo, feldespatos, feldespatoides, muscovita) es perfectamente diferenciada de la asociación de elementos máficos (piroxenos, anfiboles, olivino) a un coeficiente de distancia constante de aproximadamente 0.85 o menor. Si el conjunto de datos es comprimido entre 0.0–1.0, las estructuras aparecen más expandidas (Fig. 7C) y las asociaciones de elementos no reflejan estrictamente las características mineralógicas de las rocas ígneas ácidas. Las asociaciones se asemejan a aquellas obtenidas con el coeficiente de correlación (Fig. 7A). En ambos

casos, un nivel constante de correlación (coeficientes de correlación y distancia) no logra propiamente la separación de los grupos de acuerdo a la mineralogía de las rocas ígneas ácidas.

Conclusiones R—modales

El cuadro mejor de las asociaciones de elementos relacionados con los principales componentes mineralógicos de los tipos petrológicos del granito del Monte Shoobridge fue obtenido (como en el análisis Q—modal), dividiendo los valores de los datos por el máximo valor y computando el coeficiente de distancia. También en este caso, las dificultades de escoger grupos naturales representativos de los principales rasgos geológicos del granito fue disminuído; asimismo, las muestras constitutivas de los principales grupos taxonómicos, mostraron una mayor compresión dentro de un "ámbito de coeficientes de distancia", de tal forma que en todos los casos un coeficiente de distancia elevado, generalmente constante, delineó los principales grupos taxonómicos y petrológicos.

Resultados del mapeo no lineal (NLM)

Con el método NLM todos los tipos petrológicos fueron perfectamente delimitados cuando los datos originales sin transformar fueron tratados (Fig. 8). El diferente ordenamiento del paquete de cartas produjo resultados similares. Los grupos petrológicos fueron pobremente separados por la normalización y la transformación logarítimica.

Conclusiones, NLM

En este ejemplo particular el método NLM suministró resultados más consistentes con un mínimo de distorsión y probó ser más efectivo que el método WPGM dendrogramático cuando los datos originales fueron considerados.

En la tarea de clasificación, especial atención se le debe dar al tipo de transformaciones a usarse ya que los resultados, de acuerdo a la naturaleza de los datos, pueden sufrir deformaciones sustanciales. La clasificación de datos geoquímicos regionales (principalmente elementos traza) de Inglaterra y Gales (Castillo, 1973) produjo excelentes resultados con la transformación logarítmica y no así con los datos originales como ha ocurrido con los datos del Monte Shoobridge.

Pruebas previas de orientación serían requeridas con el objeto de establecer las transformaciones más apropiadas de acuerdo al tipo de datos geológicos (p.e. elementos mayores y traza, mediciones de pH y Eh; tamaño del grano, etc.)

AGRADECIMIENTO

El autor desea dejar constancia de su agradecimiento al Ministerio de Desarrollo de Ultramar de la Gran Bretaña, al Ministerio de Economía. Industria y Comercio de Costa Rica y a la Universidad de Costa Rica por haber proveído los medios económicos; al Dr. R. J. Howarth por la supervisión del trabajo de gabinete y campo; a mi esposa María Eugenia, mis padres, parientes y amigos mi imperecedera gratitud. A la señora Zuray Mora C. mi reconocimiento por la mecanografía de este trabajo.

REFERENCIAS

Castillo Muñoz, R., 1973, Application of discriminant and cluster analysis to regional geochemical data: Ph. D thesis, University of London.

Danser, B.H., 1950, A Theory of systematics: Bible Biothear., v.4, p. 113–180.

Forgy, E.W., 1963, Detecting "natural" clusters of individuals: Western Phychological Ass., Santa Mónica, Calif., U.S.A.

Forgy, E.W., 1965, Cluster analysis of multivariat data: Efficiency versus interpretability of classifications: AAS–Biometric Soc. (WNAR) Meeting, Reviside, Calif., U.S.A.

Gilmour, J.S.L., 1937, A taxonomic problem: Nature, v. 139, p. 1040–1042.

, 1940, Taxonomy and philosophy: In the Huxley (ed.), The New systematics, Clarendon Press, Oxford, p. 461–474.

, 1951, The development of taxonomic theory since 1851: Nature; v. 168, p. 400–402.

, 1961b, Taxonomy: In A.N. Mc Leod and L.S. Cobley (eds.), Contemporary Botanical Thought, Oliver and Boyd, Edinburgh, and Quadrangle Books, Chicago, p. 27–45.

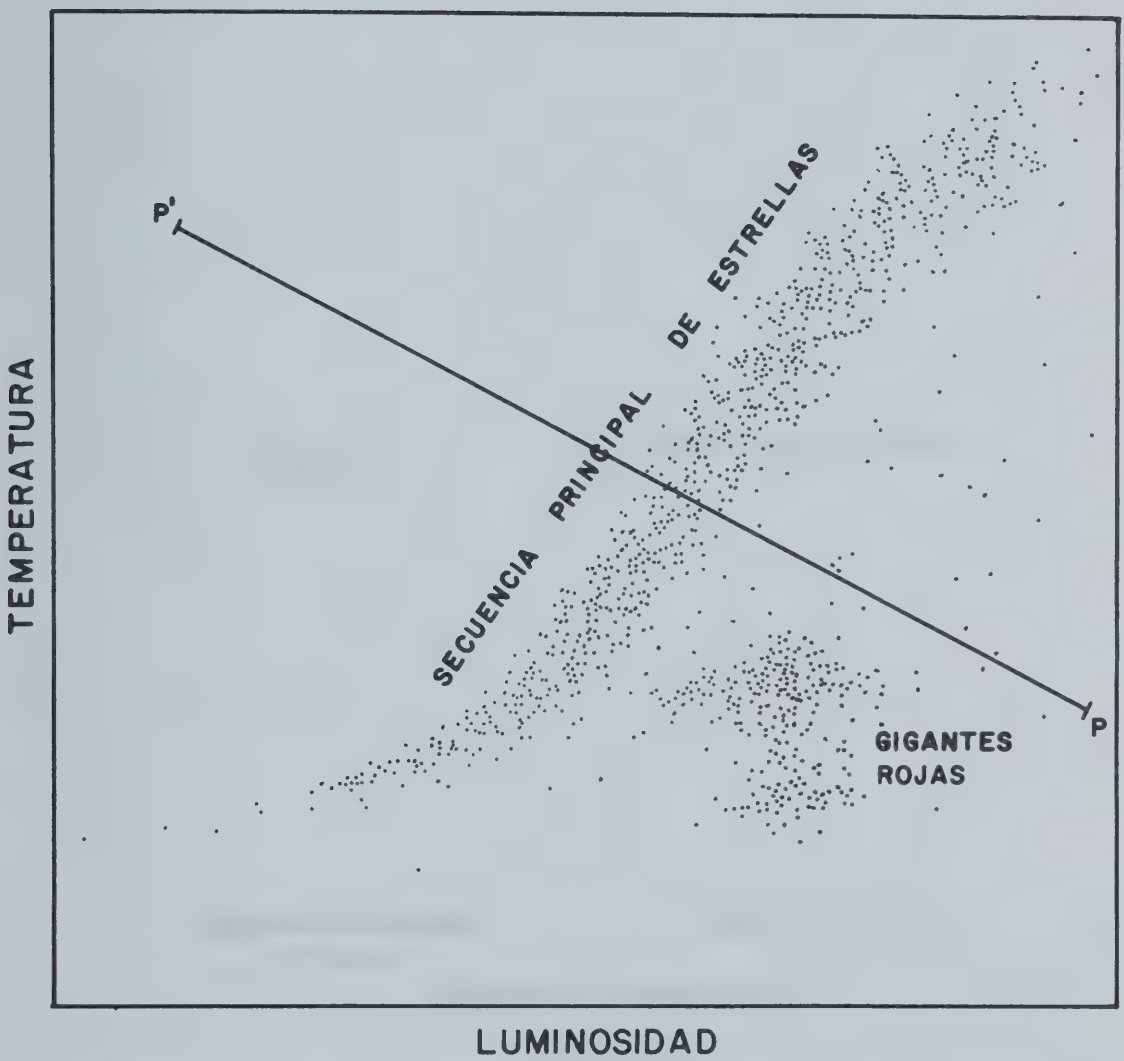
Harbaugh, J.W., and Merriam, 1, 1968, Computer applications in stratigraphic analysis: John Wiley & Sons Ltda.

Rhodes, J.M., 1969, The application of cluster and discriminant analysis in mapping granite intrusions: Gelogy Dept., Australian National University, Canberra, A.C.U., Lithos 2, p. 223–237.

Sammon, K.W., 1969, A non–linear mapping for data estructure analysis: Trans IEEE, v. c–18, p. 401–409.

Simpson, G.G., 1961, Principles of animal taxonomy: Columbia University Press, New York, p. 247.

Sokal, R.R. y Sneath, P.H.A., 1963, Principles of Numerical Taxonomy: W.H. Freeman and Co., San Francisco, 359 p.



Puntos seleccionados del diagrama de Hertzprung–Russell para aquellas estrellas observables con telescopios modernos. La linea PP' muestra la partición de la variancia mínima en dos clases. (Forgy 1965).

FIG. I

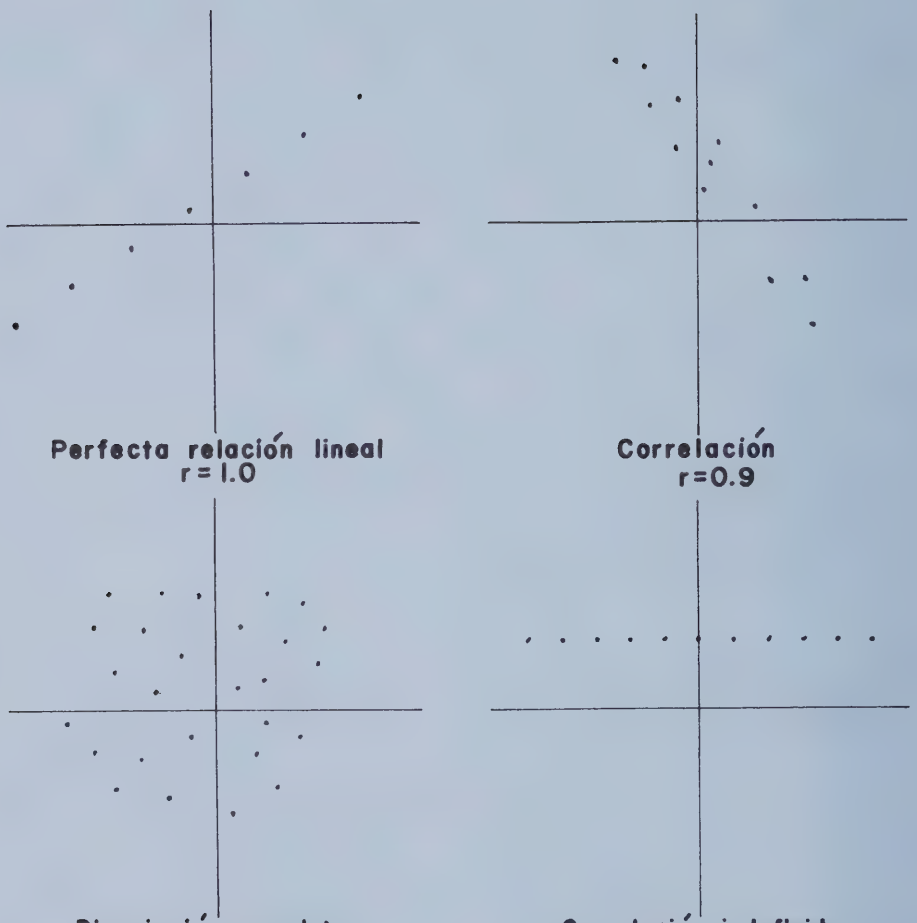
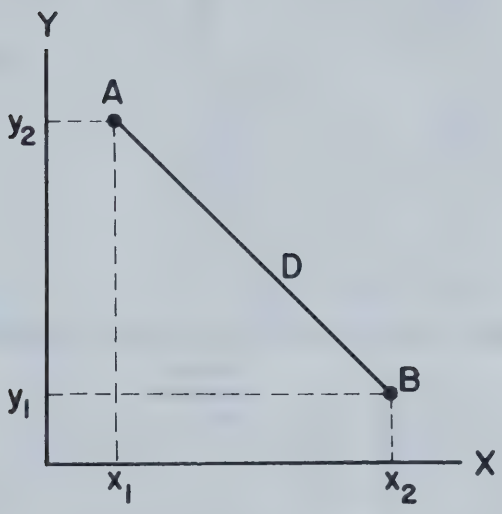
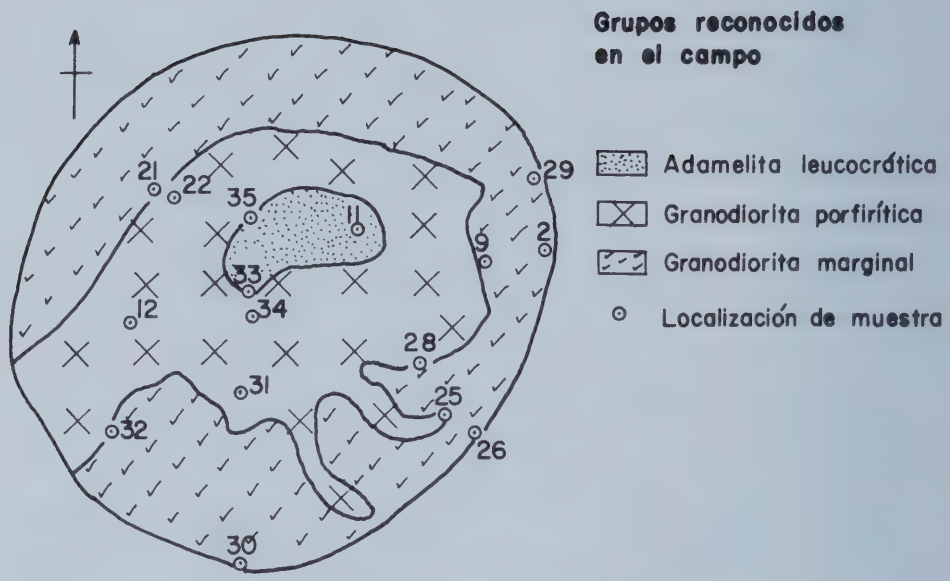

Perfecta relación lineal
r = 1.0
Correlación
r=0.9
Disociación completa
r= 0.0
Correlación indefinida
r=0.0/0.0
Coeficiente de correlación

FIG. 2

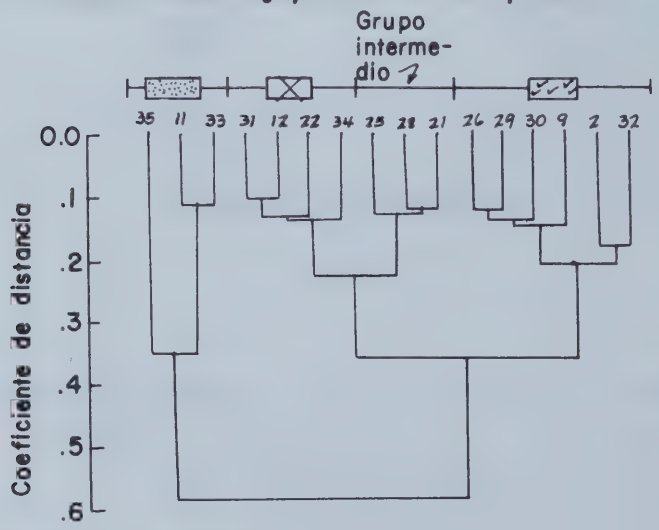


Coeficiente de distancia

FIG. 3



Granito del Monte Shoobridge, Territorio Norte, Australia

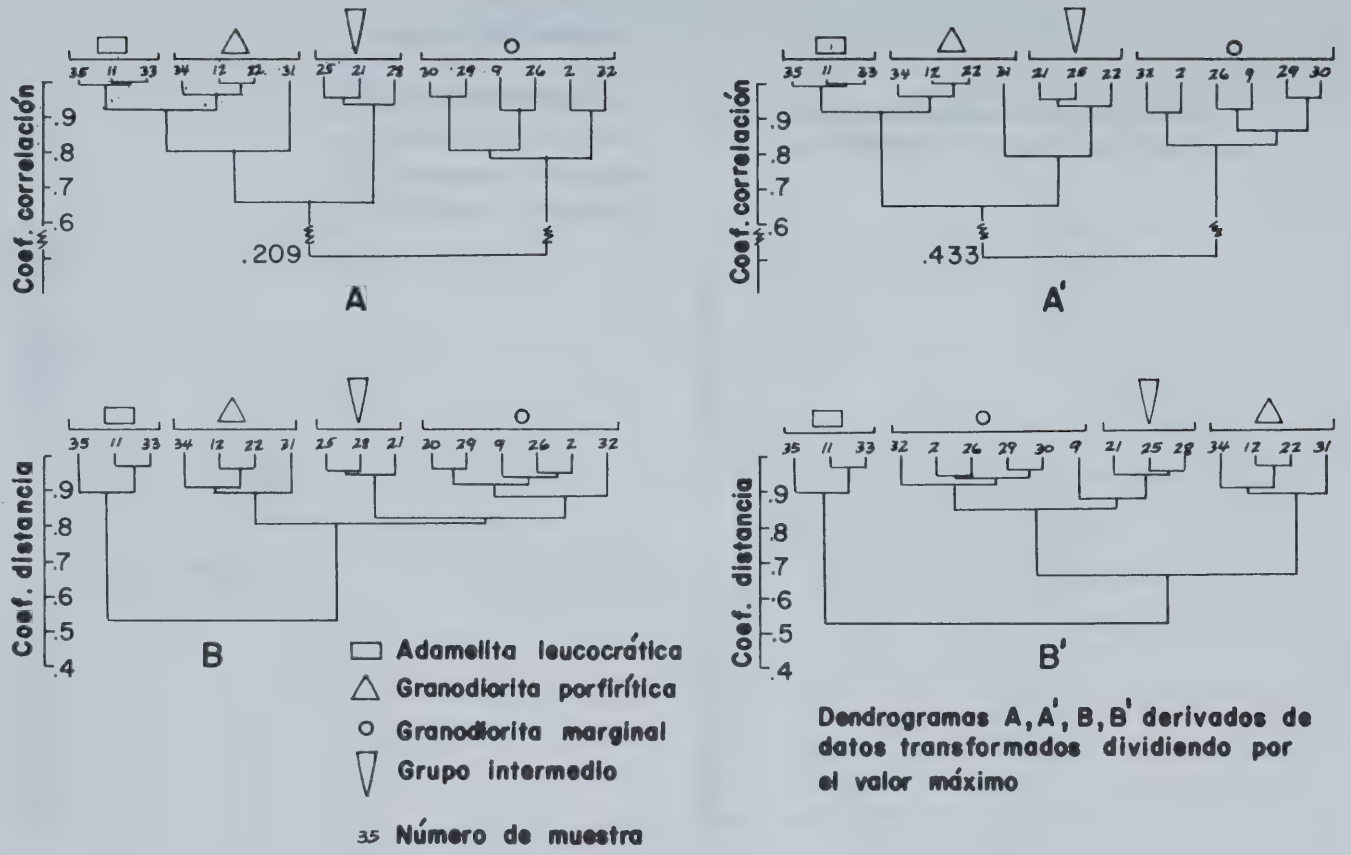


Dendrograma con muestras del granito

Grupo intermedio no reconocido en el campo

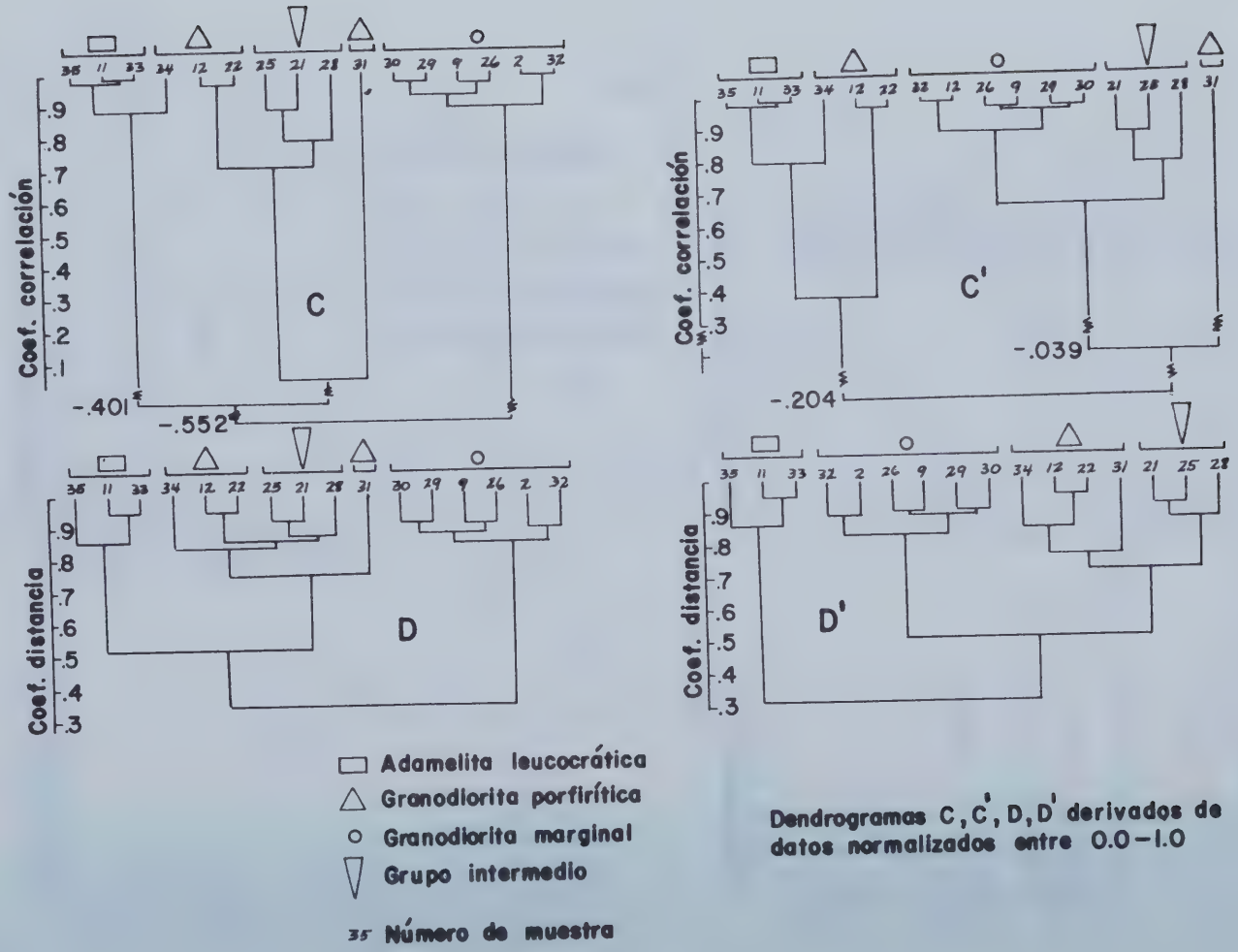
(Redibujado de Rhodes, 1969)

FIG. 4



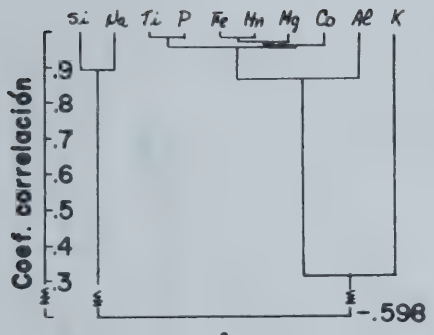
Dendrogramas A, A', B, B' derivados de datos transformados dividiendo por el valor máximo

FIG. 5



Dendrogramas C, C', D, D' derivados de datos normalizados entre 0.0–1.0

FIG. 6



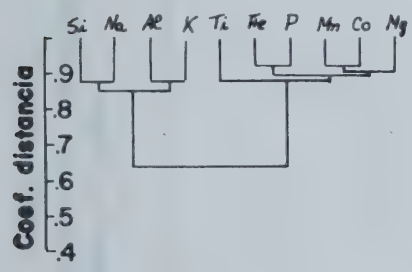
A

Dendrograma A derivado de:

1) **Datos transformados dividiendo por el valor máximo**

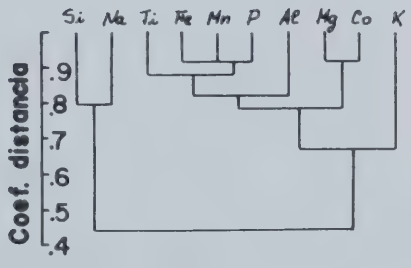
2) **Datos normalizados entre 0.0 – 1.0**

3) **Datos originales no transformados**



B

Datos transformados dividiendo por el valor máximo



C

Datos normalizados entre 0.0 – 1.0

FIG. 7

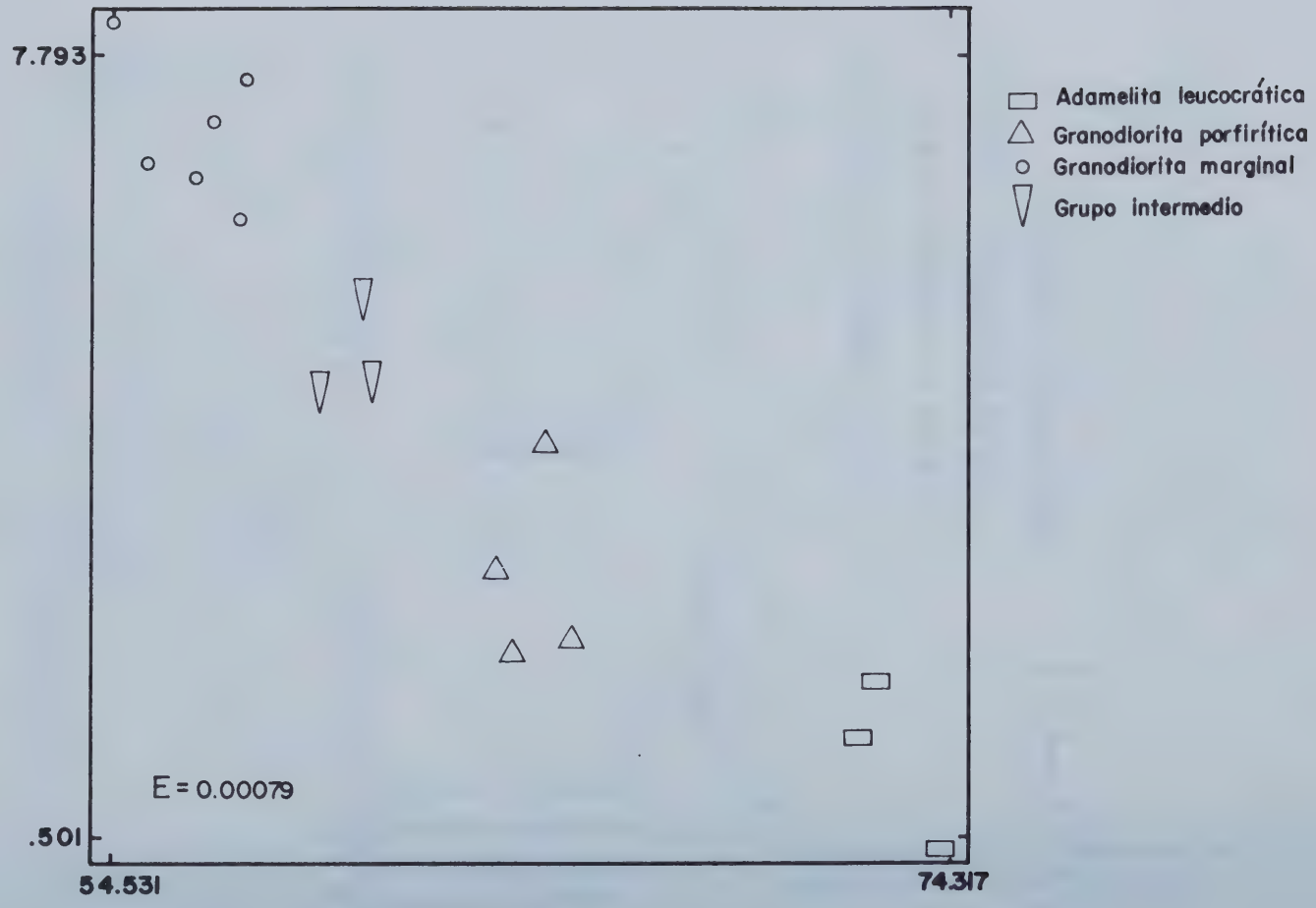

7.793
.501
54.531
74.317
E = 0.00079
Adamelita leucocrática
Granodiorita porfirítica
Granodiorita marginal
Grupo intermedio
Mapeo no lineal
Datos originales no transformados

FIG. 8

REVISTA DE LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA Nº 37

UNA EVALUACION DEL APRENDIZAJE DE ALGUNOS CONCEPTOS MATEMATICOS BASICOS IMPARTIDOS EN LA ESCUELA PRIMARIA COSTARRICENSE

Víctor Buján Delgado

1974

A mi esposa María de los Angeles

NOMENCLATURA

Este trabajo fue ideado en 1968 y su ejecución comenzó en 1969, antes de la aparición del Plan Nacional de Desarrollo Educativo. Se presenta a mediados de 1973 cuando dicho Plan se encuentra en marcha. Por tener sus orígenes y su culminación en dos épocas distintas con diferentes denominaciones para diferentes niveles e instituciones, se hace necesario presentar aquí una explicación acerca de ciertos términos empleados.

A lo largo de la exposición se le da el nombre de "Escuela Primaria" al nivel educativo que comprende los dos primeros ciclos, o sea, los seis primeros años de estudios del niño. Se llama "Profesor de Educación Primaria" o de Enseñanza Primaria al docente que trabaja en los dos primeros ciclos. Una denominación aún más vieja que también se usa aquí y que se usó durante muchos años en Costa Rica para el docente de los dos primeros ciclos, es la de "Maestro de Escuela Primaria".

El nivel que comprende el tercer ciclo más el ciclo diversificado o el "nivel de educación diversificada", es lo que aquí recibe el nombre de "Educación Media", "Educación Secundaria", o "Segunda Enseñanza".

INTRODUCCION

El propósito de este trabajo es investigar la siguiente hipótesis: la preparación que la Escuela Primaria costarricense proporciona en cuanto se refiere a ciertas destrezas y conocimientos matemáticos fundamentales, no es eficiente.

Para investigar la hipótesis citada, se elaboró una prueba de cuarenta preguntas sobre matemática elemental, y se aplicó entre los meses de mayo y setiembre de 1970 a un conjunto de 2195 (dos mil ciento noventa y cinco) estudiantes.

Según el parecer de personas autorizadas, tales como funcionarios del Ministerio de Educación Pública, Profesores de Matemática de la Universidad de Costa Rica y de las Escuelas Normales, ex–Ministros de Educación Pública, etc., y de acuerdo con las leyes de este país, todo estudiante costarricense poseedor del Certificado de Conclusión de Estudios Primarios debe poder contestar correctamente todas y cada una de las preguntas de la prueba ofrecida en esta experiencia.

El conjunto de personas a las cuales se aplicó el examen en cuestión, estaba compuesto por estudiantes regulares que se encontraban cursando el primer año de la Educación Media, y por alumnos de primero y de segundo curso (1) de instituciones formadoras de Profesores de Educación Primaria.

En cuanto a la importancia de esta investigación, señalaremos que es oportuna porque se realiza en una época en la cual el sistema educativo nacional experimenta cambios profundos en materia de estructura de planes de estudio, programas, sistemas de evaluación, promoción, etc. Por otra parte, el estudio muestra que la Educación Media no puede confiar en que los jóvenes que llegan a sus aulas poseen los conocimientos básicos de matemática que según los planes y programas oficiales el recién graduado de la Escuela Primaria debe poseer.

Este trabajo es, probablemente, uno de los elementos de juicio que el público en general y nuestras autoridades en Educación en particular, deben conocer y tener en cuenta a la hora de tomar decisiones trascendentales en el terreno de la política educativa.

No fue posible encontrar, consultada la bibliografía disponible y las autoridades en Educación, ninguna otra investigación acerca de la calidad de la preparación que la Escuela Primaria costarricense proporciona en matemática. El interesante artículo del Profesor José María Chaverri Picado (2) acerca de la resolución de problemas aritméticos en la Escuela Primaria, es el que guarda más analogías con este trabajo. Pero ambos son esencialmente distintos. La experiencia del Profesor Chaverri Picado y colaboradores es de carácter metolológico y el presente es más bien un elemento de juicio para formular un diagnóstico.

Las investigaciones futuras a que este trabajo da lugar se consideran importantes. Por una parte, podría utilizarse un método semejante al seguido aquí para realizar estudios de la situación imperante en otras áreas del saber tales como Artes, Castellano, Ciencias, Estudios Sociales, etc., etc.

Por otra parte, sin salirnos del problema de la preparación matemática del graduado de la Escuela Primaria, quedan sugeridas muchas investigaciones acerca de las causas del actual estado de cosas, acerca de la medidas que podrían tomarse, por ejemplo, para elevar la calidad de la preparación en matemática del docente, etc.

NOTAS

(1) En estas instituciones los estudios que conducían al título de "Profesor de Educación Primaria" tenían una duración de dos años.

(2) Profesor Chaverri Picado, José María. "Los Problemas Aritméticos en la Escuela Primaria". Revista ANDE. Agosto, Setiembre, pág. 3 , 1964.

CAPITULO I

PRESENTACION DEL PROBLEMA

La conveniencia de emprender esta investigación y la convicción de que la misma es de interés público, fue sugerida tanto por la experiencia profesional como por algunas lecturas realizadas en torno a la problemática de la investigación educativa.

El autor fue profesor de matemática del Saint Francis College de marzo de 1958 a febrero de 1973. Este es un liceo particular que, además de su matrícula regular, concede gran número de becas a niños que han obtenido altas calificaciones durante los seis años de educación primaria en escuelas oficiales. Los jóvenes que ingresan al St. Francis lo hacen después de competir con éxito en una prueba de admisión. Se expone esto con el propósito de hacer ver al lector que esta institución se preocupa de una manera especial por el aspecto académico e intelectual de la educación, y se añade una buena razón para pensar que el Saint Francis College proporciona a sus alumnos una preparación superior a la que brindan muchos otros liceos: según las publicaciones del Instituto de Investigaciones Psicológicas de la Universidad de Costa Rica (1), este colegio alcanzó en 1964 el quinto promedio en el examen de admisión de la Universidad. En los otros años su promedio ha ocupado alguna de las tres posiciones más altas del país.

A fines de 1962, la Dirección del St. Francis encargó al autor las lecciones de matemática de los primeros años del plantel. Tenía entonces la impresión de que la Escuela Primaria no cumplía a cabalidad con la obligación en que está, según los programas vigentes, de dotar a sus estudiantes de ciertas habilidades y conocimientos matemáticos básicos. Fue entonces cuando decidió recoger información sobre la calidad de la preparación matemática que los niños costarricenses adquieren en las escuelas.

Naturalmente, por aquel entonces lo movía, entre otros, el deseo de poner de manifiesto que una parte de la responsabilidad de los malos resultados en el curso de matemática de primer año de secundaria correspondía a deficiencias de la labor desarrollada por la Escuela Primaria en el campo en cuestión.

Cuando se administró la citada prueba de cuarenta preguntas a los jóvenes de primer año del St. Francis College, en marzo de 1963, se obtuvieron unos resultados que se estimaron alarmantemente bajos. Se estaba examinado a una selección de graduados de la primaria costarricense, y únicamente dieciocho de las preguntas del cuestionario eran contestadas correctamente por un cincuenta por ciento o más de los estudiantes. La quinta parte de las preguntas fue contestada por menos del veinticinco por ciento de los examinados.

Por otra parte, según se dijo más arriba, ciertas lecturas acerca de la calidad de la preparación que daban las escuela primaria y secundaria de la época, sugirieron al autor la necesidad de analizar qué y cuánto sabe de matemática un costarricense que acaba de culminar con éxito sus estudios primarios. En aquellos días estaba fresco el impacto producido por el lanzamiento del satélite artificial "Sputnik I" de la Unión Soviética en la opinión pública de los Estados Unidos de Norteamérica. Este acontecimiento fue extraordinariamente beneficioso para la educación pública norteamericana. Dio lugar a que muchas autoridades educativas de los Estados Unidos se entregaran a profundas discusiones y revisiones del sistema educativo de aquel país (2), sistema al cual acusaban de anti–intelectualista. Siendo considerable la influencia de los Estados Unidos en nuestra educación, cabía sospechar que nuestro medio participaba en alguna medida de dicho anti–intelectualismo, o que por lo menos en Costa Rica se descuidaba el aspecto académico de la educación.

Ilustraremos lo dicho con algunos ejemplos tomados del libro de Francisco Ayala ya citado:

> "...En la ofensiva se ha distinguido por la eficacia de sus ataques un viejo profesor de la Universidad de Columbia, el señor Joel Hildebrand, quien, con ocasión de haber publicado el Public–School System o Consejo Escolar de Chicago un libro de pretendida orientación, "Source Materials of the Educational Program: A Guidebook of Living and Learning Experiences", lo sometió a implacable análisis. La obra, cuya elaboración requirió seis años y no menos de cien colaboradores, empieza definiendo la finalidad de la enseñanza escolar según "nueve grandes funciones de la vida", a saber: practicar la ciudadanía norteamericana, usar los instrumentos de comunicación, desarrollar la competencia económica, mejorar la vida familiar, proteger la vida y la salud, construir relaciones humanas, disfrutar plenamente del ocio, satisfacer las necesidades espirituales y estéticas y hacer frente a las responsabilidades profesionales. De acuerdo con los conceptos de este manual, en una clase de estudios sociales deben aprenderse materias tales como "contribuir a hacer las reparaciones necesarias de la casa", y "adquirir la convicción de que todas las categorías de trabajo tienen problemas y responsabilidades, tanto como placeres y recompensas". Nada dice el libro acerca de si el estudiante debe aprender algo de historia, aparte de algunos temas patrioteros del pasado americano. La escuela, de acuerdo con sus normas, debe enseñar a los niños, entre otras cosas, a seguir una conversación telefónica, a escuchar la letra de una canción, a abrir una cuenta bancaria llenado las correspondientes boletas, a leer invitaciones y tarjetas de felicitación, a saludar con afecto a los padres y demás familiares y el mejor procedimiento para ventilar la casa... Si a alguien le parece todo esto pamplinas o rutinas triviales que cualquiera adquiere en la práctica corriente, ha de saber que la escuela no tiene por objetivo, según esta concepción pedagógica, dotar a los niños de conocimientos en geografía, historia o química, ni siquiera instruirlos en las primeras letras, sino "ajustar su personalidad" e "integrarlos en el grupo". El profesor Hildebrand concluía su crítica: "El flojo estado de la enseñanza que este libro demuestra va a ponernos a la zaga de los rusos no sólo en el aspecto militar, sino en otros" (3).

Más adelante leemos:

> "...Una comisión que, por cuenta del gobierno federal, preparaba desde hacía dos años largos un estudio comparativo de la enseñanza en Rusia y en Los Estados Unidos publicó su informe por aquellos días y sus conclusiones, desplegadas por los periódicos, hicieron sensación. La notoria superioridad de los soviéticos radicaba, aunque suene a paradoja, en su espíritu conservador y tradicionalista. El gran descubrimiento, la estupenda novedad, era que los alumnos de las escuelas soviéticas acuden a ellas para estudiar y no para "integrarse", "ajustarse al grupo" o "experimentar con las cosas"; que, sencillamente, estudian con dura competencia y dentro de un orden disciplinado, exigente y serio" (4).

Otro párrafo notable:

> "...Al reclamar que se estudien matemáticas –aclara en otro lugar (el profesor Hildebrand)–, no recomiendo que vengan a desplazar a otras materias básicas. Que reemplacen cosas como "manera de que salga bien una cita galante" (si, how to have a successful date) y "cómo hacer democrática mi casa" y "cómo predecir la marcha de los negocios"! Necesitamos idiomas extranjeros, ahora más que nunca. Necesitamos historia y geografía. Necesitamos que se aprenda a leer, escribir y hablar y pensar claramente... Qué suerte que Galileo, Newton, Beethoven, Faraday y Pasteur no aprendieron a trabajar en una *atmósfera de conciencia social*! (5).

También influyeron en el autor, acaso más profundamente, otras lecturas que no tienen que ver con el Sputnik I ni con la correspondiente sacudida experimentada por la opinión pública norteamericana. En 1961 tuvimos ocasión de leer un artículo del Doctor Santiago Hernández Ruiz acerca de lo que es exigible en los distintos grados de la escuela primaria (6). Aquí encontramos, con gran sorpresa, que una autoridad en educación se atrevía a decir que altos funcionarios de educación empezaban a sospechar que "los niños salían mejor preparados de la escuela elemental cuando ellos asistían a ella"; que "se promueve en multitud de escuelas a algunos alumnos en condiciones precarias". A continuación se copian las palabras del Dr. Hernández Ruiz, a las que en gran medida se debe la aparición de este trabajo:

> "Sabido es que la furia crítica de nuestro tiempo ha sido particularmente violenta y destructora en educación, donde no ha quedado ua sola experiencia pretérita con validez; todo es pasado, puro pasado, pasado "muerto". Puesto que el leer, escribir y contar era la tradición más antigua y perseverante de la escuela elemental, ahí residía sin duda el mayor disparate, y no faltaron amables psicologías que así lo demostraron, a la vez por vía individual –constitución e intereses materiales– y por la social – necesidades y atracciones o influencias de la vida de la comunidad.
>
> "Nuestra escuela no es una escuela de leer, escribir y contar" –se dice con gran gesto de menosprecio hacia semejante idea. Claro que había que pensar en esos "despreciables instrumentos" de la vida, de la cultura y hasta del aprendizaje, pero en tanto que tales; sin urgencias pedagógicas ni atención especial; a la buena de Dios de sus relaciones con el flujo de los intereses verdaderos, todos ahora "naturales", merced al denodado trabajo de reducción de lo social a archinatural realizado en los últimos cien años. Así, las incumbencias seculares de la escuela elemental fueron sustituidas, al menos

teóricamente, por programas variados de "actividades" y "conocimientos" relacionados "inmediatamente" con la "naturaleza del niño" y la "vida de la comunidad" y las obligaciones del maestro se cifraron más en la "obra de la comunidad" que en la mezquina y extravital tarea de "alfabetizar" que se trasladó a las campañas esporádicas para adultos. Hubo hasta profecías de que las escuelas rurales y suburbanas rebosarían de alumnos, desapareciendo espontáneamente la deserción y el absentismo, tan pronto como tradujesen en sus programas los intereses "vitales" de las respectivas comunidades, que no eran otros, conforme al adjetivo subrayado, que los relacionados directamente con la conservación individual..."

Han pasado cincuenta años desde esas profecías; veinticinco desde que su contenido se convirtió en corriente avasalladora de educación pública en la teoría y en la práctica; y ni se han cumplido las predicciones ni hay rastro de que se cumplan; pero, en cambio, se ha hundido el pretexto del absentismo, la deserción y la inasistencia; porque cualesquiera que hayan sido las deformaciones, errores, exageraciones y fracasos de la "obra de comunidad", lo que ya no tiene escapatoria es ella misma..."

...Vamos a desarrollar aquí el tema con más detenimiento, pero ya no en forma interrogativa, sino positiva. Reiteramos, sin embargo, como cuestión preliminar algunas preguntas: puede o no puede, y si puede, debe o no debe la escuela primaria enseñar el sistema decimal de numeración; el nacional de pesas y medidas; el métrico; las operaciones fundamentales con enteros y decimales, con la aplicación de estas destrezas y conocimientos a la resolución de problemas prácticos y algunos teóricos; a hablar y escribir con sencillez, pero de manera coordinada, y a apreciar los valores expresivos y estéticos de la propia lengua? Puede o no puede, además, proporcionar una información cultural y una educación moral y cívica que se considere propia del ciudadano común de nuestro tiempo? .

Presentada la cuestión de esta manera directa, breve y simple, el asentimiento del lector ha solido ser inmediato. Qué menos? —se dice. Pero después de asentir, reflexiónese un instante, y trátese de recordar en qué sexto grado de primaria se ha visto realizado ese contenido en un cincuenta por ciento siquiera de los alumnos, y donde no, qué cosa de valor se ha puesto en lugar de lo que falta. Se caerá el alma a los pies. Sin ir más lejos, el que esto escribe puso recientemente en un sexto grado bien calificado por las autoridades técnicas estos problemas:

1. Se venden manzanas a $2.40 el kilo. Cuánto se paga por cuatro manzanas que pesan en total 678 gramos?

2. Un corredor hace los cien metros planos en diez segundos. Qué velocidad desarrolla por hora? .

3. Un importador introduce 200 litros de vino español para venderlo en botellas de 375 mililitros de capacidad. Cuántas botellas llena, y cuánto valen a $7.25 cada una? .

No hubo más que un resultado bueno y dos soluciones correctas, aunque con errores, entre una treintena de alumnos; pero en cambio, fueron presentados resultados como estos: para el primero, 250, 496960, 501, 282, 732880, 1638, 2672, 77638; 38.2; 2.712 ... Lo que implica una práctica nula en la resolución de problemas y una absoluta ausencia de sentido crítico en sujetos de 12 a 15 años.

Esto significa que urge una revisión general de la organización y la técnica de la enseñanza, porque todavía viven muchas personas que recuerdan cuántos muchachos resolvían hace treinta o cuarenta años problemas muy superiores a esos en su último año de escolaridad; y no nos engañemos: es imposible presumir de progreso técnico donde no se hace más con igual esfuerzo, o igual con mayor facilidad y agrado..."

Finalmente, se citarán algunas observaciones de un profesor costarricense, Ing. Walter Sagot, acerca de la prepración matemática con que llegaban a la Universidad de Costa Rica los jóvenes que acababan de terminar sus estudios secundarios:

1. **Problema de la Segunda Enseñanza.** Con la creación de nuevos colegios de segunda enseñanza, especialmente los conocidos como Colegios Complementarios, la CALIDAD de los estudiantes secundarios ha sido cada vez más baja, debido a la dificultad de dotar a tales colegios de profesores que puedan impartir enseñanzas en forma eficiente.
Hemos visto pasar por las aulas universitarias a Profesores en Servicio, que han demostrado tener un desconocimiento casi absoluto de los mecanismos más elementales del álgebra y son estos profesores, aunque parezca paradójico, los que preparan a los futuros bachilleres de los Colegios Nacionales.
Cuántas de las calificaciones que han dado esos profesores a sus estudiantes han sido falsas? . Falsas en el sentido de que se ha calificado como correcto un problema con errores fundamentales de concepto y de operación, quedando en el estudiante el sentimiento de que lo que aprendió era correcto, quedando en su espíritu ya formada una idea errónea de un proceso, que finalmente se convierte en un vicio que es prácticamente imposible de erradicar en las aulas universitarias.
Al iniciarse este año lectivo tuve la sensación de que los estudiantes que atendían las lecciones de Matemáticas poco o nada aprovechaban del repaso de los procesos algebraicos fundamentales y para confirmar mi impresión propuse a los estudiantes que hicieran entre otros este problema elemental:

$$\frac{1}{\frac{1}{3} - 1}$$

El resultado del ensayo es revelador: de 54 estudiantes del grupo, después de 20 minutos de tiempo para resolver el primero de los problemas indicados, sólo 4 pudieron obtener una respuesta correcta.
Analizando los otros errores corrientes en estos y otros ejercicios de prueba, llegué a la conclusión de que es IMPOSIBLE pretender sacar ventaja de un porcentaje elevadísimo de estudiantes que tienen en sus mentes fija la idea de procesos erróneos y conceptos torcidos". (7)

Se desea hacer resaltar la analogía entre la encuesta realizada por el profesor Sagot y la presente investigación. El actual Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Costa Rica estaba interesado en la calidad de la preparación matemática que el estudiante costarricense tiene al terminar sus estudios secundarios e ingresar a la Universidad. Aquí se desea sondear la preparación matemática a otro nivel. La que el estudiante ha adquirido al terminar sus estudios primarios.

Según lo copiado arriba, el Ingeniero Sagot mostraba la impresión de que una

deficiente preparación matemática recibida en la Escuela Secundaria tenía como consecuencias, en primer lugar, que nuestros bachilleres no pudieran beneficiarse con la enseñanza universitaria, y en segundo lugar, una obstaculización de la tarea de la Universidad. Esta institución quedaba, pues, ante la disyuntiva de rechazar un porcentaje sumamente elevado de Bachilleres que no están en capacidad de seguir cursos de nivel universitario, o de ponerse a trabajar en cursos de nivel secundario. Ambas posibilidades son indeseables. La primera significa que nuestra Universidad, la única del país, costeada por el pueblo, y casi el único camino que puede tomar un Bachiller costarricense, cierra sus puertas a la mayoría de los que llaman a ella. La segunda, una desatinada duplicación de esfuerzos, es ni más ni menos que desnaturalizar la Universidad.

Ante todas estas consideraciones se encontró razonable suponer que un problema como el que le causaba la "baja calidad" del graduado de Secundaria a la Universidad, le estaría causando la probablemente baja calidad del graduado de Primaria a la Educación Media.

El autor sintió entonces que estaba ante un problema cuya investigación es de gran interés público, y decidió emprenderla.

NOTAS

(1) I.I.P.: "Los Estudiantes y el Examen de Admisión", Universidad de Costa Rica, publicaciones de 1964, 1966, 1968, 1969, 1970.

(2) Sobre el impacto del lanzamiento exitoso del primer satélite artificial por parte de los rusos en la educación pública norteamericana, pueden consultarse: Ayala Francisco: *La Crisis Actual de la Enseñanza,* Nova, Buenos Aires, 1958; Rickover, H.G., *American Education, a National Failure* Dutton, New York, 1963, pág. 57; Wilson S., *Crisis in education*. It's Time to Close the Carnival", revista Life International, 12 de mayo de 1958.

(3) Ayala F., *La Crisis Actual de la Enseñanza,* pág. 26, Nova, Buenos Aires, 1958.

(4) Ayala F., Op. cit. p. 28.

(5) Ayala F., Op. cit. p. 29.

(6) Hernández Ruiz, Santiago. "Los niveles de Rendimiento Exigibles en los distintos grados de la Escuela Primaria", pág. 42. EDUCACION. Setiembre–diciembre de 1961.

(7) Tomado de una comunicación dirigida a todos los profesores del Departamento de Física y Matemáticas, conteniendo observaciones del Profesor Ingeniero Walter Sagot, para ser discutida en sesión extraordinaria del Departamento el día 19 de abril de 1961. A raíz de esta discusión se integró una comisión que debía estudiar estos asuntos y hacer las recomendaciones del caso. La comisión quedó integrada por los profesores Charles Borel, Juan Félix Martínez, Walter Sagot y por el autor de esta tesis.

CAPITULO II

LITERATURA DISPONIBLE

Se encontró muy poca literatura relacionada con el tema en estudio.

En Costa Rica es fácil encontrar abundante información sobre ciertos aspectos cuantitativos del rendimiento de nuestro sistema educativo. Es fácil, por ejemplo, encontrar datos estadísticos acerca de la deserción, la retención, el porcentaje de aplazamientos en los distintos niveles, así como sobre las tasas de crecimiento de la población por niveles y costos de la educación.

El lector interesado en estos aspectos de nuestra educación pública hallará información valiosa en las publicaciones de la Dirección General de Estadística y Censos y en las del Departamento de Estadística del Ministerio de Educación. Especialmente en obras como "El sistema Educativo en Costa Rica" (1) en la cual, en el capítulo dedicado a la enseñanza Primaria, viene un largo párrafo sobre la "eficiencia del Sistema Educativo Primario". Dice: "... La medida (de la eficiencia)... que utilizamos en el presente estudio es eminentemente cuantitativa;... ...Esta medida de eficiencia del sistema educativo se expresa mediante un índice que resulta de la relación entre los niños que han aprobado el primer grado y los que han aprobado el sexto grado en un período de diez años". Los autores no se refieren a asuntos como "qué es lo que saben esos niños que aprueban el sexto grado".

En "Investigaciones Educativas en América" (2) aparece la titulada "Test de Rapidez de Cálculo", realizada en la escuela primaria peruana, y "Estudio Preliminar de Algunos Factores de Calidad en la Enseñanza, Tomando en cuenta el Status del Maestro Costarricense" llevada a cabo en Costa Rica por el Doctor Donald A. Lemke, trabajo al cual nos referiremos más adelante.

El libro Panorama de Noventa y Nueve Años de Educación Gratuita y Obligatoria (3) contiene impresionantes cuadros estadísticos, todos referidos a los aspectos cuantitativos citados.

Termina con una síntesis que consta de cuarenta y seis puntos. Hay en el punto cuarenta y dos una referencia a la Matemática en nuestra escuela elemental: "En una matrícula final de 63678 niños de primer grado, en el curso de 1964 fracasaron 34907 en la forma siguiente: 11565 en matemáticas..." En el punto número cuarenta y tres se lee: "Saben más matemáticas los muchachos promovidos en nuestro sistema escolar que los aplazados? "

El Doctor Rodrigo Gutiérrez Sáenz en *La patria que no conocemos* (4) nos muestra un cuadro alarmante de nuestra situación educativa. Contiene mucha información acerca de aspectos cuantitativos sin referirse a la calidad de la enseñanza. Aquí se puede leer: "...en total para el año 1968, solamente, hubo una pérdida estudiantil de 36.8% entre reprobados y desertores, lo cual debe tomarse como un desperdicio en salarios de maestros, en materiales, uniformes, en salud, etc., y *sobre todo de potencial de inteligencia desaprovechada*" (5). El subrayado es del autor de esta tesis.

La Sra. Ministra de Educación, Estela Quesada, analizaba el estado general de nuestra educación pública (6) haciendo énfasis en los costos de la educación. Dice, por ejemplo, refiriéndose a la Primera Enseñanza, que:

> "El presupuesto invertido en 1958 fue de ₡49.176.620.00 sólo en el pago del personal docente, administrativo y en subvenciones... ...Estas cifras nos dan un total de ₡23.438.867.00 que no fueron debidamente aprovechados".

Otra consideración sobre costos de la educación costarricense aparece en un editorial de la revista de ANDE (7) que dice:

> "... las mal llamadas escuelas vocacionales... consumiendo ₡35.000.00 por cada "técnico" formado, no ha podido cumplir siquiera con el 5 % de las necesidades de mano de obra de la industria, los servicios y el comercio, con lo que hay un déficit acumulado de 400.000 personas trabajando sin la preparación deseable".

A la vista de estos inquietantes documentos, se insiste en lo que constituye la médula de esta tesis. Todas estas autorizadas personalidades nos explican con detalle y con análisis estadísticos cuidadosamente elaborados, que la educación primaria en Costa Rica es de alto costo y de bajo rendimiento (según la definición cuantitativa de rendimiento citada arriba). Pero este trabajo enfoca la siguiente cuestión: Qué y cuánto saben de matemática esos escasos y costosos estudiantes que logran obtener el Certificado de Conclusión de Estudios Primarios en Costa Rica? Este es aquí el problema central. Y ahora que ha sido expuesto en esta forma resulta oportuna la siguiente cita: "En muchos casos el mayor problema de la educación suele consistir en la gran distancia entre la educación que los certificados o títulos expresan como recibida y la obtenida realmente" (8).

NOTAS

(1) CSUCA: "El Sistema Educativo en Costa Rica, Situación Actual y Perspectivas". Depto. de Publicaciones de la Universidad de Costa Rica, San José, 1964, 242 págs.

(2) Secretaría General Unión Panamericana: "Investigaciones Educativas en América". Reseña Analítica N°2, Washington D.C., 1967, 67 págs.

(3) Cortés Chacón Rafael. *Panorama de Noventa y Nueve años de Educación Gratuita y Obligatoria.* Depto. de Publicaciones de la Universidad de Costa Rica, San José, 1968. 82 págs.

(4) Dr. Gutiérrez Sáenz, Rodrigo. *La Patria que no conocemos.* Depto. de Publicaciones Universidad de Costa Rica, San José, 1970. 58 págs.

(5) Dr. Gutiérrez Sáenz, Rodrigo. Op. cit., pág. 39.

(6) Quesada Hernández, Estela. "Cuadro Desolador de Nuestra Enseñanza", Revista EDUCACION, noviembre–diciembre 1959, pág. 39.

(7) Editorial de ANDE. Revista de ANDE, agosto–setiembre–octubre, 1965. pág.2

(8) Romero Lozano, Simón. Ferrer Martín S.: "Planeamiento de la Educación", Editorial Universitaria S.A., Santiago de Chile, 1968, p.49.

CAPITULO III

DISEÑO DE LA TESIS

Propósito e Hipótesis

Como dijimos ya en la introducción, el presente trabajo tiene como propósito probar la siguiente hipótesis: la preparación que la escuela primaria proporciona, en lo que respecta a ciertas destrezas y conocimientos fundamentales de la Matemática, no es eficiente. Esta hipótesis se pretende probar tomando como muestra de estudio una población estudiantil que goza de condiciones favorables para el aprendizaje, superiores a las condiciones imperantes promedio para la población estudiantil del país. En consecuencia, cualesquiera que sean los resultados de esta investigación, en cuanto al grado de eficiencia de los centros educativos seleccionados, podemos decir que en el ámbito nacional este grado es menor.

Limitaciones del Trabajo

En esta tesis no se persigue emitir un juicio acerca de la educación que la escuela primaria costarricense proporciona en su totalidad, por cuanto ella se refiere únicamente a un aspecto académico de la educación. Y entre los múltiples aspectos académicos que podríamos examinar, se limita a ciertos tópicos de la Matemática.

En primer lugar señalaremos las limitaciones debidas a que no se pretende haber investigado la totalidad de lo que, según los programas oficiales, debe estudiarse de Matemática en la Escuela Primaria.

La investigación se restringió a cuatro temas que son los siguientes:

1. Lectura y escritura de números, y práctica de las cuatro operaciones aritméticas fundamentales. O sea: suma, resta, multiplicación y división.
2. Conceptos básicos y operatoria de los números racionales (los "quebrados") y del tanto por ciento.
3. Resolución de problemas sencillos y corrientes de aritmética.

4. Geometría. Problemas de aplicación de las definiciones y fórmulas básicas. Preguntas sobre conceptos fundamentales que no requieren esfuerzos de razonamiento.
Los temas 3 y 4 requieren, en algunos casos, la aplicación de conocimientos del sistema métrico decimal.

Ambito de la Investigación

A continuación se copian las cuarenta preguntas de la prueba empleada:

1. Escriba con cifras el número mil veinticuatro.
2. Escriba con cifras (en decimales) once milésimos.
3. Escriba con cifras tres millones ochenta y cuatro mil seis unidades y diecisiete décimos. Utilice decimales.
4. Escriba con palabras 65042326.
5. Multiple 0, 028 por mil.
6. Divida 0, 1 entre 0, 01.
7. Multiple 4, 032 por 30, 5.
8. Divida 62, 581 entre 7, 12 (obtenga dos decimales).
9. Un dólar equivale a 6,63 colones. Una libra esterlina equivale a 18,56 colones. A cuántos dólares equivale una libra esterlina? .
10. Qué es un quebrado impropio? .
11. Qué es un quebrado propio? .
12. Qué es un número mixto? .
13. Cuántos quintos tiene la unidad? .
14. A Enrique le regalaron 2/9 de libra de confites y a Luis le regalaron 2/8 de libra de confites. Cuál de los dos recibió más confites?
15. Escriba un quebrado con cifras entre los paréntesis ( ). Diga cuál es el numerador y cuál es el denominador de ese quebrado.
16. Efectúe la suma $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$
17. Efectúe la suma $6\frac{1}{10} + 3\frac{5}{8}$
18. Efectúe la resta $4\frac{1}{8} - 1\frac{2}{9}$
19. Efectúe la resta $1 - \frac{1}{8}$
20. Efectúe la resta $\frac{8}{10} - \frac{2}{5}$
21. Cuál es el 6% de 900 colones?
22. Hallar el 0,5% de 40.
23. Cuál es el 27% de cien?
24. Se venden manzanas a ₡ 2.40 el kilogramo. Cuánto se paga por cuatro manzanas que pesan un total de 628 gramos?
25. Un caracol recorre una distancia de cuarenta metros en dos horas. Qué distancia recorre ese caracol en 5 horas?
26. Veinte hombres tardan quince días en realizar cierto trabajo. Cuánto habrían tardado cinco hombres en realizar el mismo trabajo?

27. El dueño de un almacén consigue 200 litros de vino para venderlo en botellas de 375 centímetros cúbicos de capacidad. Cuántas botellas llena? ( ). Cuánto valen todas esas botellas a ₡7.25 cada una? ( ).
28. Un deportista corre cien metros en 10 segundos. Hallar su velocidad en kilómetros por hora.
29. Un tanque contiene 1,4 litros de agua pura. Cuánto pesa el agua contenida en ese tanque?
30. Una vara equivale a 0.836 metros. Cuántas varas de longitud tiene un alambre de cien metros?
31. En una pila hay 80 hectolitros y 500 litros de agua. Cuántos decalitros de agua hay en esa pila?
32. Cierta finca tiene una superficie de tres kilómetros cuadrados. Cuántos decámetros cuadrados mide esa finca?
33. Cuántos decímetros cúbicos hay en un metro cúbico?
34. Cuántos metros hay en un kilómetro?
35. El diámetro de un círculo mide 17 metros. Cuánto mide el radio de ese círculo.?
36. El radio de cierto círculo es de diez centímetros. Cuál es el área de ese círculo? .
37. La base de un triángulo mide siete metros y su altura 12 metros. Hallar el área de ese triángulo.
38. La arista de un cubo de madera mide un centímetro.
    Cuál es el volumen de ese cubo?
    Cuál es el área total de ese cubo?
39. Un cilindro tiene 6 centímetros de altura. El radio de la base del cilindro mide dos centímetros. Hallar el volumen del cilindro.
40. (a) Cuántos lados tiene un hexágono? ( )
    (b) Cuántos lados tiene un pentágono ( )

Limitaciones Económicas

Debe hacerse referencia a las limitaciones de carácter económico. El autor tuvo que hacer frente a la totalidad de los gastos necesarios para realizar la investigación, lo que obstaculizó su extensión a otros liceos y a otras escuelas normales. Una ampliación de la muestra estudiada habría atentado contra la factibilidad de la operación por su costo y por la dificultad para ser llevado a cabo por una sola persona.

Tamaño y composición de la muestra

Otra limitación es la impuesta por el tamaño de la muestra. Esta está constituida por un conjunto de 2195 estudiantes de los cuales 1692 eran alumnos regulares del primer año de la Escuela Secundaria (diurna; oficial y particular) en 1970.

La matrícula inicial en el sexto grado de la Escuela Primaria costarricense (diurna; oficial y particular) fue de 37500 alumnos en 1969. Por lo tanto, el número de jóvenes del primer año secundario de nuestra muestra es, aproximadamente, un 4.5% del número de niños matriculados inicialmente en el sexto grado de la Primaria en 1969.

En primer año de secundaria la matrícula inicial en 1970 fue de 27200 alumnos (enseñanza Media Diurna y *Nocturna*) (1). O sea, que los 1692 alumnos que participaron en esta investigación constituyen el 6.2% de la población citada, y, por lo tanto, un porcentaje aún mayor del número de estudiantes matriculados inicialmente en primer año en liceos diurnos en mil novecientos setenta.

Los otros 503 estudiantes eran alumnos regulares de alguna institución formadora de Profesores de Educación Primaria. Cursaban el primero o el segundo año en alguna escuela normal o en la Sección de Educación Primaria de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica. Las tres instituciones de este tipo investigadas tenían en 1970 una matrícula total y conjunta de 1124 alumnos. O sea, que fue examinado el 44.8% de estos candidatos al título de Profesor de Educación Primaria.

Los estudiantes de primer año de Educación Media que tomaron parte en la investigación proceden de trece liceos, de los cuales nueve eran oficiales y cuatro particulares. Para hacer referencia a los colegios oficiales se han usado los símbolos: 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09. Para los Liceos privados: P1, P2, P3, P4. No se citan por sus nombres los liceos que dieron su colaboración para la realización de este trabajo a fin de evitar herir susceptibilidades y para no dar lugar a comparaciones no constructivas. Pero la principal razón para no publicar los nombres de los colegios participantes es que se desea dejar abierta la posibilidad de que las instituciones de Educación Media queden dispuestas a cooperar en nuevas investigaciones de este tipo. En el cuadro Nº 1 aparece la composición de la muestra según el liceo de procedencia del alumno. Se refiere a la porción de la muestra compuesta sólo por estudiantes de primer año de la Segunda Enseñanza.

CUADRO Nº 1

COMPOSICION DEL CONJUNTO DE ALUMNOS DE PRIMER AÑO INVESTIGADOS, SEGUN LICEO DE ORIGEN

Liceo	Matrícula inicial total (1)	Matrícula inicial en primer año	Alumnos que participaron en la investigación	% de alumnos de primer año que figuran en la investigación
01	1749	660	172	26,1%
02	1701	649	165	25,4
03	1080	350	96	27,4
04	1804	661	108	16,3
05	1872	625	208	33,3
06	1931	757	106	14,0
07	1919	812	157	19,3
08	1205	507	230	45,4
09	683	241	81	33,6
P1	415	100	93	93,0
P2	577	132	121	91,7
P3	532	109	71	65,1
P4	440	85	84	98,8

(1) en 1970: Fuente: Departamento de Estadística del Ministerio de Educación Pública.

Para las tres instituciones formadoras de Profesores de Educación Primaria que figuran en el presente trabajo, se emplean los símbolos N1, N2 y N3.

Por las razones anteriormente expuestas, no se citan estos planteles por su nombre. El cuadro Nº2 muestra la composición del conjunto de estudiantes de Profesorado de Educación Primaria investigado según institución de procedencia.

CUADRO Nº2

COMPOSICION DEL CONJUNTO DE ESTUDIANTES DE ESCUELAS NORMALES (1) INVESTIGADO, SEGUN INSTITUCION DE ORIGEN

Escuela	Matrícula inicial total (2)	Número de alumnos que participaron en la invest.	% de estudiantes que participaron en la invest.
TOTAL	1124	503	44,8%
N1	282	233	82,6
N2	55	34	61,8
N3	787	236	26,6

(1) Dos instituciones son escuelas normales. La otra es la Sección de Educación Primaria de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica.

(2) En 1970. En primero y segundos años. En este tipo de institución la carrera tiene una duración de dos años.
Fuente: Departamento de Estadística del Ministerio de Educación Pública.

Representatividad de la Muestra

Es de especial importancia que quede demostrado que la muestra de 1692 alumnos de primer año de Educación Media que fue estudiada no es representativa del "estudiante costarricense de primer año". Y que no es representativa del "estudiante costarricense de primer año" por estar constituida por alumnos marcadamente superiores al promedio. Se trata de estudiantes que proceden de escuelas con las mayores facilidades para el desarrollo de su labor y, por lo tanto, de planteles que proporcionan una preparación superior a la que se obtendría en la escuela costarricense considerada globalmente.

La afirmación de que las escuelas que aportaron alumnos a la muestra brindan una preparación de calidad superior al promedio, será justificada mediante tres argumentaciones diferentes, a saber:

1. Porcentaje de alumnos de la muestra que proceden de escuelas rurales, y porcentaje de alumos de primer año de todo el país procedentes de escuelas rurales.

2. Porcentaje de alumnos de la muestra que proceden de escuelas de gran "índice de incomodidad" y gran "índice de insalubridad", y porcentaje de alumnos de primer año secundario de todo el país procedentes de escuelas de grandes índices de incomodidad e insalubridad.

3. Porcentaje de alumnos de la muestra procedentes de "escuelas pequeñas" (2) y porcentaje de alumnos de primer año de Educación Media de todo el país procedentes de "escuelas pequeñas".

1. Nuestro primer argumento para sostener que la muestra empleada está compuesta, en un alto porcentaje, de jóvenes que recibieron una instrucción primaria de calidad superior se basa, según dijimos, en el examen de la proporción en que figuran en la muestra los estudiantes procedentes de la zona rural. La instrucción proporcionada por la escuela de zona urbana es superior a la que proporciona la escuela rural.

Comparando la situación de la escuela rural con la urbana, autoridades del Ministerio de Educación Pública dicen: "...debido probablemente a la falta de equipo y material didáctico necesarios para impartir una buena educación, así como el bajo nivel de formación docente de una porción significativa del personal que enseña en esa área..." (3).

En el cuadro Nº3 encontramos la distribución por zonas rural y urbana, de los estudiantes de la muestra y de los estudiantes de Primera Enseñanza de todo el país.

CUADRO Nº 3

ALUMNOS DE PRIMER AÑO DE EDUCACION MEDIA SEGUN ZONA DE LA ESCUELA DE PROCEDENCIA, EN LA MUESTRA Y EN TODO EL PAIS (1)
(Zonas rural y urbana)

	No. de alumnos procedentes de Zona Rural		No. de alumnos procedentes de Zona Urbana	
	Números absolutos	Números relativos	Números absolutos	Números relativos
En la muestra	226	13,4%	1466	86,8%
En todo el país (2)	212800	59,7	143800	40,3

(1) Los números correspondientes a todo el país se refieren a la matrícula inicial diurna y nocturna, oficial y particular de la Escuela Primaria Costarricense en 1969. Fuente: Departamento de Estadística del Ministerio de Educación Pública.

2. El segundo argumento en favor de la afirmación de que los estudiantes que componen la muestra recibieron una instrucción superior a la que recibió el alumno promedio costarricense de sexto grado, está basado en el examen de los índices de incomodidad e insalubridad de las escuelas.

El índice de Incomodidad

El Ministerio de Educación Pública asigna, a cada localidad en la cual esté situada al menos una escuela, un número comprendido entre 0 y 100 (puede ser 0 y puede ser 100) que recibe el nombre de "índice de incomodidad".

El índice de incomodidad de una localidad se elabora tomando en consideración:

(a) Los medios de transporte con que cuenta el lugar.
(b) Las disponibilidades de habitación.
(c) Los servicios comunales.
(d) Los medios de comunicación.
(e) El clima.

Cada uno de estos cinco factores interviene en la constitución del índice de incomodidad en un determinado porcentaje, a saber: medios de transporte: 50% Disponibilidades de habitación: 30%. Servicios comunales: 15%. Medios de comunicación: 15%. Clima: 10%.

Ejemplos: La Escuela Buenaventura Corrales del Cantón Central de San José, tiene un índice de incomodidad 0 (cero). La Escuela Nazareth, situada en Upala, tiene un índice de incomodidad 90 (noventa).

Ahora bien, el cuadro Nº 4 pone de manifiesto que en la muestra hay un porcentaje mayor de escuelas de índice de incomodidad igual a cero, que en el conjunto de todas las escuelas del país.

CUADRO Nº 4

ESCUELAS DE INDICE DE INCOMODIDAD CERO EN LA MUESTRA Y EN TODO EL PAIS (1)

	Escuelas de índice de incomodidad igual a cero		Escuelas de índice de incomodidad mayor que cero	
	Números absolutos	Números relativos	Números absolutos	Números relativos
En todo el país	464	17,9 %	2118	82,1 %
En la muestra	181	84,2 %	34	15,8 %

(1) Fuente: "Centros de Educación de Costa Rica", Oficina de Planeamiento Integral de la Educación. Unidad de Estadística. San José, Costa Rica, 1970.

El índice de Insalubridad

El Ministerio de Salubridad Pública, por su parte, asigna también a cada localidad en la cual haya por lo menos una escuela, un "índice de insalubridad" que puede tener algún valor entre 0 y 100 (puede ser 0 y puede ser 100).

Para mostrar la composición del índice de insalubridad, se copia (4):

"...En referencia a su nota sobre el estudio de las zonas insalubres del territorio nacional, me permito informar a usted que esta Dirección General encargó a un grupo técnico comprendido por el Doctor Rodrigo Jiménez Monge, Director del Departamento de Epidemiología, Doctor Eliécer Valverde Jiménez, Sub–Director del Departamento de Unidades Sanitarias, Dr. Hugo Navas y el señor Horacio Ruiz, Director del Departamento de Lucha contra Insectos.

Los lineamientos generales del trabajo fueron discutidos por el grupo anterior ante la presencia del Doctor Jorge Elías Ramírez, Sub–Director General de Salubridad y el suscrito.

Dicho trabajo se deriva de la solicitud de su Despacho para el cumplimiento de mandato de la Ley de Pensiones y Jubilaciones del Magisterio Nacional Nº2248 del 7 de setiembre de 1958 en su artículo 2º, inciso b), que en lo que interesa dice:

"En zonas calificadas como insalubres e incómodas a juicio de los Ministerios de Salubridad y educación respectivamente. Esta clasificación de zonas será revisada cada dos años".

La mecánica utilizada para dicho trabajo fue la siguiente: Se definió en primer lugar el término INSALUBRIDAD como: "Toda aquella área que no reúna las condiciones mínimas aceptables, para el mantenimiento de un completo bienestar físico, mental y social de los habitantes".

Posteriormente se agruparon aquellos factores que por su importancia en la salud pública puedan generar insalubridad en una zona. Los factores considerados fueron:

1) Malaria y enfermedades infecciosas de la región.
2) Disponibilidad de servicios médicos.
3) Disponibilidad de agua, alcantarillado (eliminación de excretas).
4) Disponibilidad de alimentos.

Se asignó un 100% a toda aquella zona en que concurrieron los mencionados factores, de acuerdo a la ponderación que de ellos se hizo, de tal suerte, que dicha ponderación quedó distribuida de la siguiente manera:

1) Malaria y enfermedades infecciosas de la región 40%
2) Disponibilidad de Servicios Médicos 40%
3) Disponibilidad de agua, alcantarillado (eliminación de excretas) 10%
4) Disponibilidad de alimentos 10%

Pesando los factores anteriores con los porcentajes asignados a cada uno de ellos, se le asignó a cada cantón y distrito, el porcentaje de insalubridad y no conllevan asignación económica alguna, ya que dicha asignación es del resorte de otras dependencias del Gobierno.

Al parecer el criterio utilizado anteriormente para la calificación de insalubridad era la prevalencia o no del paludismo, criterio este que nos parece unilateral y discriminatorio, ya que es bien sabido que existen otros factores que deben ser tomados en cuenta, ya que inciden en forma directa en la salud.

Del señor Ministro con toda consideración, me suscribo su atento servidor, Dr. Manuel Angel Cortés Vargas, DIRECTOR GENERAL DE SALUBRIDAD".

Para poner un ejemplo del uso de este índice, citaremos el caso de la Escuela Buenaventura Corrales de índice de insalubridad 0 (cero), y el caso de la Escuela de Upala, Alajuela, de índice de insalubridad 75.

El cuadro N°5 muestra que el porcentaje de escuelas de índice de insalubridad cero presentes en la muestra, es mayor que el porcentaje de escuelas de índice de insalubridad cero en el conjunto de todas las escuelas de Costa Rica.

CUADRO N° 5

ESCUELAS DE INDICE DE SALUBRIDAD "CERO" EN LA MUESTRA Y EN TODO EL PAIS (1)

	Escuelas de Indice de insalubridad igual a cero		Escuelas de Indice de Insalubridad mayor que cero	
	Números absolutos	Números relativos	Números absolutos	Números relativos
En todo el país	799	30.9 %	1783	69.1 %
En la muestra	192	89.3 %	23	10.7 %

(1) Fuente: "Centros de Educación de Costa Rica", Oficina de Planeamiento Integral de la Educación. Unidad de Estadística. San José, Costa Rica, 1970.

3. El tercero y último argumento se basa en la investigación realizada en Costa Rica por el Doctor Donald A. Lemke de la Universidad de Nuevo Méjico (5).

El Dr. Lemke es el autor de la investigación titulada "Estudio preliminar de algunos factores de calidad en la enseñanza, tomando en cuenta el status del maestro costarricense". Compara los maestros de primaria costarricenses pertenecientes a uno de estos tres tipos de escuela oficial diurna:

a) Escuelas de 1 a 3 maestros.
b) Escuelas de 4 a 9 maestros.
c) Escuelas de 10 o más maestros (6).

Por razones de comodidad, de aquí en adelante llamaremos "escuelas grandes" a las escuelas de tipo (c), o sea a las de 10 o más maestros. Las escuelas de los tipos (a) y (b) serán llamadas "escuelas pequeñas", o sea, las de nueve maestros o menos. Definiremos "tamaño" de una escuela oficial como "número de maestros" de la misma.

Lemke encontró que los maestros de "escuelas grandes" tenían una edad promedio de 32,8 años mientras que la del maestro de "escuela pequeña" oscila entre 26,9 y 29,0 años.

El promedio del número de años de servicio del maestro de "escuela grande" era de 10,6 años, quedando el del maestro de "escuela pequeña" comprendido entre 5,5 y 7,5 años.

El promedio del número de años de entrenamiento recibido después de la escuela elemental era en el maestro de "escuela grande" de 4,9 años. Este promedio, en el maestro de "escuela pequeña", va de 3,9 a 4,0 años.

A continuación se copia la interpretación de los resultados obtenidos por Lemke (1):

> "INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS. Este estudio puede sólo ser usado para los aspectos medidos. La intención no fue indicar específicamente los niveles exactos, sino tratar de localizar grandes diferencias entre los ítems medidos, cuando se compara el tamaño de las escuelas.
> Así las siguientes interpretaciones se presentan como generalizaciones basadas en datos acumulados:
>
> 1. Las escuelas primarias pequeñas de Costa Rica parecen ser incapaces de atraer y conservar a los maestros mayores y mas experimentados. El patrón continúa pareciendo ser el de enseñar en las escuelas pequeñas por unos pocos años y trasladarse después a la Meseta Central.
>
> 2. Las escuelas primarias grandes de Costa Rica parecen ser incapaces de atraer un alto porcentaje de hombres. Esto, como ha sido indicado en otros países, tiene implicaciones importantes sobre las actitudes y las aspiraciones de los niños en las escuelas primarias.
>
> 3. El promedio de adiestramiento para los maestros de primaria en Costa Rica usado en este estudio, es menor que el del graduado de la escuela secundaria. Las escuelas pequeñas tienden a atraer a los maestros de menos preparación que los que logran las grandes. Así los estudiantes que asiten a las escuelas de 1 a 3 maestros reciben menos beneficios de los maestros adiestrados en programas, que los estudiantes de las escuelas grandes. Dicho en otra forma, *un niño que asiste a una escuela pequeña recibe una instrucción menos calificada, que la que recibe un alumno de una escuela grande"* (El subrayado es del autor de esta tesis).

El cuadro No. 6 exhibe que el porcentaje de "escuelas grandes" presentes en la muestra, es mayor que el porcentaje de "escuelas grandes" en el conjunto de todas las escuelas primarias de Costa Rica.

CUADRO Nº 6

"ESCUELAS GRANDES" EN LA MUESTRA Y EN TODO EL PAIS (1)

	"Escuelas grandes (2)"		"Escuelas pequeñas" (3)	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
En todo el país	448	17,4%	2134	82,6 %
En la muestra	157	73,0%	58	27,0 %

(1) Fuente: "Estudio preliminar de algunos factores de calidad en la Enseñanza tomando en cuenta el status del maestro costarricense". Por el Doctor Donald A. Lemke. San José, Costa Rica, junio de 1966.
"Centros de Educación de Costa Rica". Oficina de Planeamiento Integral de la Educación. Unidad de Estadística. San José, Costa Rica, 1970.

(2) y (3) "Escuelas grandes" son las de 10 ó más maestros. "Escuelas pequeñas son las de 9 ó menos maestros. En estas cifras se cuenta el Director de la Escuela.

El argumento puede fortalecerse más aún. La muestra de 1962 jóvenes de primer año contiene solamente 72 alumnos que cursaron sus estudios en "escuelas pequeñas", o sea, solamente un 4.3%.

Resumiendo:

El conjunto de 1692 alumnos de primer año que constituye la muestra estudiada, no es una muestra representativa del alumno de primer año de Costa Rica en 1970. Y no constituye una muestra representativa por estar definitivamente por encima de lo normal ya que al comparar la composición de la muestra con la composición del conjunto de todos los estudiantes de Costa Rica, encontramos que:

(a) Solamente el 13.4% de los 1692 estudiantes que figuran en la muestra procede de escuelas situadas en zonas rurales. En la Escuela Primaria nacional, el 59.7% de los estudiantes de la escuela primaria estudia en escuelas situadas en esas zonas.

(b) De las escuelas que aportaron estudiantes a la muestra, únicamente el 15,8% es de índice de incomodidad mayor que cero. En la Escuela Primaria nacional hay un 82,1% de escuelas de índice de incomodidad mayor que cero.
Solamente el 10,7% de las escuelas que aportaron estudiantes a la muestra, es de escuelas de índice de insalubridad mayor que cero. En la primaria nacional, el 69,1% de las escuelas es de índice de insalubridad mayor que cero.

(c) De las escuelas que aportaron estudiantes a la muestra, solamente el 27% está formado por "escuelas pequeñas". En la Escuela Primaria nacional, el 82,6% es de "escuelas pequeñas".

(Ver cuadro Nº7).

CUADRO Nº 7

COMPARACION ENTRE LAS ESCUELAS QUE FIGURAN EN LA MUESTRA Y LAS ESCUELAS DE TODO EL PAIS (1)

	En todo el país		En la muestra	
	números absolutos	números relativos	numeros absolutos	números relativos
Alumnos procedentes de zonas rurales (2)	212800	59,7%	226	13,4%
Escuelas de índice de incomodidad mayor que cero (3)	2118	82,1%	34	15,5%
Escuelas de índice de insalubridad mayor que cero (4)	1783	69,1%	23	10,7%
"Escuelas grandes" (5)	448	17,4%	157	73,0%

(1) Fuente: "Centros de Educación de Costa Rica". Oficina de Planeamiento Integral de la Educación. Unidad de Estadística. San José, Costa Rica, 1970.

(2) Fuente: Departamento de Estadística, Ministerio de Educación Pública.

(3) Fuente: "Centros de Educación de Costa Rica".

(4) Fuente: "Centros de Educación de Costa Rica".

(5) Fuente: "Estudio preliminar de algunos factores de calidad en la Enseñanza tomando en cuenta el status del maestro costarricense. Por el Doctor Donald A. Lemke. San José, Costa Rica, junio de 1966.

NOTAS

(1) Datos del Departamento de Estadística del Ministerio de Educación Pública. De Cuadro 9. "Enseñanza Media Diurna y Nocturna. Matrícula inicial...período 1960–1970".

(2) La denominación "escuelas pequeñas" y "escuelas grandes" está tomada de la investigación realizada en Costa Rica por el doctor Donald A. Lemke, investigación que se describirá ampliamente más adelante.

(3) Ministerio de Educación Pública: "Diagnóstico". San José, 1971. Este libro es uno de los cuatro tomos que forman la documentación básica del Plan Integral de Desarrollo Educativo. Página 71.

(4) De comunicación N°455–69, fecha San José 28 de febrero de 1969, del Dr. Manuel Angel Cortés Vargas, Director General de Salubridad al señor Dr. Alvaro Aguilar Peralta, Ministro de Salubridad Pública.

(5) Lemke, Donald A. "Estudio preliminar de algunos factores de Calidad de la Enseñanza tomando en cuenta el status del maestro costarricense". San José, Costa Rica, junio de 1966.

(6) El número de maestros incluye al Director de la escuela.

CAPITULO IV

METODOLOGIA Y PROCEDIMIENTO

Se procedió, en primer término, a exponer a varios señores Directores de instituciones educativas una descripción de la investigación y una explicación de sus propósitos. Todos los señores Directores entrevistados, que fueron dieciséis, (tres de escuelas normales, nueve de liceos oficiales y cuatro de liceos particulares) se mostraron interesados en que el plantel que dirigían participara en la investigación.

Una vez obtenido el permiso del señor Director para administrar la encuesta en su correspondiente liceo o escuela normal, se procedió a entrevistar a los Profesores de Matemática de la institución. Casi todos estos Profesores entrevistados mostraron interés en que los grupos atendidos por ellos tomaran parte en la investigación, y ofrecieron administrar la encuesta de cuarenta preguntas en algunas de sus horas lectivas.

Motivación

Tanto los Directores como los Profesores entrevistados mostraron interés en el hecho de que la encuesta sería administrada en varias instituciones educativas (escuelas normales, liceos oficiales y liceos privados), lo que permitiría establecer algunas comparaciones de interés para ellos.

Los Profesores de Matemática explicaron a sus alumnos, en la ocasión de la administración de la encuesta, que no solamente aquel trabajo era una colaboración que ellos daban a una investigación de interés público, sino que además, con la excepción de los liceos 03 y P4, se les dijo que el Profesor tomaría en cuenta los resultados de la prueba "para concepto".

Control

En la mayoría de los casos el Profesor de Matemática administró la encuesta en un período de dos horas lectivas consecutivas, o sea, que los alumnos dispusieron aproximadamente de una hora y veinte minutos para contestar las cuarenta preguntas

En pocos casos, no pudiendo el Profesor dedicar dos lecciones seguidas a la prueba, se realizaron dos sesiones de trabajo con el alumno cada una de una hora lectiva. Primero se le presentaron las preguntas de la número uno a la veintitrés. En una lección posterior se le presentaron las preguntas de la número veinticuatro a la cuarenta.

En ambos casos el estudiante dispuso de un promedio aproximado de dos minutos para contestar cada pregunta.

El autor de este trabajo estuvo presente en la administración de la prueba en todos los casos con excepción de las instituciones 03, 04 y N3.

Tratamiento de los datos

Se procedió a la calificación de las pruebas de las dos mil ciento noventa y cinco personas que tomaron la prueba, o sea, de las ochenta y siete mil ochocientas respuestas de esos estudiantes.

Se ordenó y clasificó esta información obteniéndose:

a) Respuestas correctas de cada alumno de cada institución. Números absolutos y relativos (porcentajes).

b) Número de respuestas correctas por pregunta, en cada institución. Números absolutos y relativos (tanto por ciento).

c) Número de respuestas correctas por pregunta obtenidas en los grupos TO, TP, TN, TL y LN. Número absolutos y relativos.

TO representa el conjunto de 1323 (mil trescientos veintitres) alumnos de primer año de Educación Media de liceos oficiales que participaron en la investigación.

TP representa al conjunto de 369 (trescientos sesenta y nueve) alumnos de primer año de Educación Media de liceos particulares que participaron en la investigación.

TN representa el conjunto de 503 (quinientos tres) alumnos de instituciones formadoras de Profesores de Educación Primaria que participaron en la investigación. Se trata de dos escuelas normales y la sección de Educación Primaria de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica.

TL representa al conjunto de los 1692 (mil seiscientos noventa y dos) alumnos de primer año de Educación Media, de liceos oficiales y privados, que participaron en la investigación.

LN representa al conjunto de 2195 (dos mil ciento noventa y cinco) alumnos de los liceos y de las instituciones formadoras de Profesores de Educación Primaria que tomaron parte en la investigación.

d) Distribución de los estudiantes según el número de respuestas correctas obtenidas, en cada uno de los nueve liceos oficiales investigados. Números absolutos y relativos.

e) Distribución de los estudiantes según el número de respuestas correctas obtenidas, en cada uno de los cuatro liceos particulares investigados. Números absolutos y relativos.

f) Distribución de los estudiantes según el número de respuestas correctas obtenidas, en cada una de las tres instituciones formadoras de Profesores de Educación Primaria investigadas. Números absolutos y relativos.

g) Distribución de los estudiantes del grupo TO, según el número de respuestas correctas obtenidas. Números absolutos y relativos.

h) Distribución de los estudiantes del grupo TP, según el número de respuestas correctas obtenidas. Números absolutos y relativos.

i) Distribución de los estudiantes del grupo TL, según el número de respuestas correctas obtenidas. Números absolutos y relativos.

j) Distribución de los estudiantes del grupo LN, según el número de respuestas correctas obtenidas. Números absolutos y relativos.

Una vez obtenidos los cuadros estadísticos correspondientes a las tablas y distribuciones a, b, c, d, e, f, g, h, i, j,se procedió a elaborar los gráficos correspondientes a los números de respuestas correctas por pregunta.

CAPITULO V

RESULTADOS

Número de respuestas correctas por pregunta

Los cuadros números 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 y 28 muestran, con números absolutos y relativos (porcentajes), los aciertos por pregunta obtenidos respectivamente en las instituciones 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, P1, P2, P3, P4, N1, N2, N3 y en los grupos TO, TP, TN, TL y LN.

CUADRO Nº 8

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 01
Cifras: absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	156	90,6 %	16	9,4 %
2	91	52,9	81	47,1
3	3	1,7	169	98,2
4	107	62,2	65	37,8
5	99	57,5	73	42,4
6	16	9,3	156	90,7
7	88	51,1	84	58,9
8	35	20,3	137	79,7
9	19	11,0	153	89,0
10	32	18,6	140	81,4
11	52	30,2	120	69,8
12	38	22,1	134	77,9
13	106	61,6	66	38,4
14	120	69,7	52	30,3
15	122	70,9	50	29,1
16	0	0,0	172	100,0
17	0	0,0	172	100,0
18	0	0,0	172	100,0
19	43	25,0	129	75,0
20	1	0,6	171	99,4
21	34	19,8	138	80,2
22	18	10,4	154	89,5
23	42	24,4	130	75,6
24	14	8,1	158	91,8
25	97	56,4	75	43,6
26	25	14,5	147	85,4
27	2	1,2	170	98,8
28	8	4,6	164	95,4
29	2	1,2	170	98,8
30	2	1,2	170	98,8
31	32	18,6	140	81,3
32	11	6,4	161	93,5
33	41	23,8	131	76,1
34	131	76,1	41	23,8
35	53	30,8	119	69,1
36	4	2,3	168	97,6
37	24	13,9	148	86,1
38	10	5,8	162	94,1
39	1	0,6	171	99,4
40	131	76,1	41	23,8

CUADRO Nº 9

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 02
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	154	93,3 %	11	6,7 %
2	108	65,4	57	34,5
3	4	2,4	161	97,6
4	110	66,7	55	33,3
5	83	50,3	82	49,7
6	14	8,5	151	91,5
7	90	54,5	75	45,4
8	32	19,4	133	80,6
9	17	10,3	148	89,7
10	33	20,0	132	80,0
11	53	32,1	112	67,9
12	41	24,8	124	75,1
13	75	45,4	90	54,5
14	77	46,7	88	53,3
15	112	67,9	53	32,1
16	0	0,0	165	100,0
17	0	0,0	165	100,0
18	0	0,0	165	100,0
19	24	14,5	141	85,4
20	2	1,2	163	98,8
21	25	15,2	140	84,8
22	7	4,2	158	95,7
23	23	13,9	142	86,1
24	13	7,9	152	92,1
25	94	57,0	71	43,0
26	18	10,9	147	89,1
27	2	1,2	163	98,8
28	6	3,6	159	96,4
29	1	0,6	164	99,4
30	4	2,4	161	97,6
31	36	21,8	129	78,2
32	16	9,7	149	90,3
33	40	24,2	125	75,8
34	131	79,4	34	20,6
35	59	35,8	106	64,2
36	16	9,7	149	90,3
37	29	17,6	136	82,4
38	15	9,1	150	90,9
39	2	1,2	163	98,8
40	121	73,3	44	26,7

CUADRO Nº 10

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 03
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	90	93,8%	6	6,2%
2	59	61,5	37	38,5
3	0	0,0	96	100,0
4	54	56,3	42	43,8
5	48	50,0	48	50,0
6	3	9,1	93	96,9
7	40	41,7	56	58,3
8	17	17,7	79	82,3
9	7	7,3	89	92,7
10	13	13,5	83	86,5
11	20	20,8	76	79,2
12	22	22,9	74	77,1
13	36	37,5	60	62,5
14	36	37,5	60	62,5
15	66	88,8	30	31,3
16	4	4,2	92	95,9
17	1	1,0	95	99,0
18	0	0,0	96	100,0
19	12	12,5	84	87,5
20	0	0,01	96	100,0
21	21	21,9	75	78,2
22	4	4,2	92	95,9
23	18	18,8	78	81,2
24	3	3,1	93	96,9
25	40	41,7	56	58,3
26	7	7,3	89	92,7
27	0	0,0	96	100,0
28	2	2,1	94	97,9
29	0	0,0	96	100,0
30	1	1,0	95	99
31	4	4,2	92	95,9
32	11	11,5	85	88,6
33	10	10,4	86	89,6
34	64	66,7	32	33,3
35	21	21,9	75	78,2
36	1	1,0	95	99,0
37	9	9,4	87	90,6
38	4	4,2	92	95,9
39	1	1,0	95	100
40	56	58,3	40	41,7

CUADRO Nº 11

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 04
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta números	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	95	88,00%	13	12,00 %
2	49	45,4	59	54,6
3	1	0,9	107	99,1
4	63	58,3	45	41,7
5	53	49,1	55	50,9
6	8	7,4	100	92,6
7	46	42,6	62	57,4
8	19	17,6	89	82,4
9	12	11,1	96	88,9
10	18	16,7	90	83,3
11	25	23,2	83	76,8
12	20	18,5	88	81,5
13	49	45,4	59	54,6
14	46	42,6	62	57,4
15	72	66,7	36	33,3
16	0	0,0	108	100,0
17	1	0,9	107	99,1
18	1	0,9	107	99,1
19	13	12,0	95	88,0
20	0	0,0	108	100,0
21	28	25,9	80	74,1
22	6	5,6	102	94,4
23	32	29,6	76	70,4
24	2	1,9	106	98,1
25	44	40,7	64	59,3
26	12	11,1	96	88,9
27	0	0,0	108	100,0
28	3	2,8	105	97,2
29	0	0,0	108	100,0
30	1	0,9	107	99,1
31	9	8,3	99	91,7
32	8	7,4	100	92,6
33	9	8,3	99	91,7
34	69	63,9	39	36,1
35	29	26,9	79	73,1
36	5	4,6	103	95,4
37	12	11,1	96	88,9
38	3	2,8	105	97,2
39	0	0,0	108	100,0
40	63	58,3	45	41,7

Cuadro N° 12

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 05
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta mímero	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	186	90,4	20	9,6
2	92	44,2	116	55,8
3	0	0,0	208	100,0
4	109	52,4	99	47,6
5	89	42,8	119	57,2
6	3	1,4	205	98,6
7	74	35,6	134	64,4
8	21	10,1	167	89,9
9	12	5,8	196	94,3
10	25	12,0	183	88,0
11	42	20,2	166	79,8
12	32	15,4	176	84,6
13	88	42,3	120	57,7
14	98	47,1	110	52,9
15	130	62,5	78	37,5
16	0	0,0	208	100,0
17	0	0,0	208	100,0
18	0	0,0	208	100,0
19	32	15,4	176	84,6
20	0	0,0	208	100,0
21	49	23,6	159	76,5
22	12	5,8	196	94,3
23	433	20,7	165	79,4
24	3	1,4	205	98,6
25	79	38,0	129	62,0
26	21	10,1	187	89,9
27	0	0,0	208	100,0
28	8	3,8	200	96,2
29	0	0,0	208	100,0
30	1	0,5	207	99,5
31	12	5,8	196	94,3
32	18	8,6	190	91,4
33	41	19,7	167	80,3
34	144	69,7	63	30,3
35	43	20,7	165	79,4
36	2	1,0	206	99,0
37	15	7,2	193	92,8
38	3	1,4	205	98,6
39	0	0,0	208	100,0
40	140	67,3	68	32,7

CUADRO Nº 13

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 06
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	número absoluto	número relativo	número absoluto	número relativo
1	98	92,4	8	7,6
2	51	48,1	55	51,9
3	0	0,0	106	100,0
4	58	54,7	48	45,3
5	54	50,9	52	49,1
6	3	2,8	103	97,2
7	59	55,6	47	44,4
8	20	18,9	86	81,1
9	8	7,5	98	92,5
10	17	15,6	89	84,4
11	23	21,7	83	78,3
12	22	20,7	84	79,3
13	31	29,2	75	70,8
14	39	36,8	67	63,2
15	79	73,5	27	26,5
16	0	0,0	106	100,0
17	0	0,0	106	100,0
18	0	0,0	106	100,0
19	3	2,8	103	97,2
20	0	0,0	106	100,0
21	17	15,6	89	84,4
22	2	1,9	104	98,1
23	23	21,7	83	78,3
24	2	1,4	104	98,1
25	37	34,8	69	65,2
26	6	5,7	100	94,3
27	0	0,0	106	100,0
28	4	3,3	102	96,7
29	0	0,0	106	100,0
30	1	0,5	105	99,5
31	11	10,4	95	89,6
32	7	6,5	99	93,5
33	10	9,4	96	90,6
34	67	63,1	39	36,9
35	19	17,9	87	82,1
36	2	1,9	104	98,1
37	9	8,5	97	91,5
38	2	1,9	104	98,1
39	0	0,0	106	100,0
40	77	71,5	29	28,5

CUADRO Nº 14

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 07
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	141	39,8	16	10,2
2	63	40,1	94	59,9
3	1	9,6	156	99,4
4	73	46,5	84	53,5
5	56	35,7	101	64,3
6	11	7,0	146	93,0
7	54	34,4	103	65,6
8	7	5,5	150	95,5
9	13	8,3	144	91,7
10	20	127	137	87,3
11	36	22,9	121	77,1
12	22	14,0	135	86,0
13	27	17,2	130	82,8
14	74	47,1	83	52,9
15	113	72,0	44	28,0
16	2	1,3	155	98,7
17	1	0,6	156	99,4
18	0	0,0	157	100,0
19	8	5,1	149	94,9
20	1	0,6	156	99,4
21	37	23,6	120	76,4
22	5	3,2	152	96,8
23	24	15,3	133	84,7
24	2	1,3	155	98,7
25	54	34,4	103	65,6
26	25	15,9	132	84,1
27	0	0,0	157	100,0
28	3	1,9	154	98,1
29	0	0,0	157	100,0
30	0	0,0	157	100,0
31	7	4,5	150	95,5
32	17	10,8	140	89,2
33	15	9,6	142	90,4
34	98	62,4	59	37,6
35	26	16,6	131	83,4
36	2	1,3	155	98,7
37	7	4,5	150	95,5
38	4	2,5	153	97,5
39	0	0,0	157	100,0
40	99	63,1	58	36,9

CUADRO N° 15

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 08
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	n umeros absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	196	85,3	34	14,7
2	101	43,9	129	56,1
3	2	0,9	228	99,1
4	109	47,4	121	52,6
5	100	43,5	130	56,5
6	6	2,6	224	97,4
7	123	53,5	107	46,5
8	38	16,5	192	83,5
9	35	15,2	195	84,8
10	30	13,0	200	87,0
11	44	18,9	187	81,8
12	38	16,3	193	83,7
13	80	34,8	150	65,2
14	86	37,4	144	62,6
15	169	73,3	62	26,7
16	2	0,9	228	99,1
17	1	0,4	229	99,6
18	0	0,0	230	100,0
19	20	8,7	210	91,3
20	0	0,0	230	100,0
21	34	14,6	197	85,4
22	9	3,7	222	96,3
23	36	15,7	194	84,3
24	11	4,6	220	95,4
25	68	29,4	163	70,6
26	24	10,4	206	89,6
27	0	0,0	230	100,0
28	7	3,0	223	97,0
29	3	1,3	227	98,7
30	1	0,4	229	99,6
31	17	7,4	213	92,6
32	14	6,1	216	93,9
33	21	9,1	209	90,9
34	138	60,0	92	40,0
35	33	14,4	197	85,6
36	3	1,3	227	98,7
37	19	8,3	211	91,7
38	3	1,1	228	98,9
39	0	0,0	230	100,0
40	130	56,5	100	43,5

CUADRO Nº 16

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO 09
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	74	91,3	7	8,6
2	23	54,6	53	65,4
3	0	0,0	81	100,0
4	37	45,7	44	54,3
5	24	29,6	57	70,3
6	5	6,2	76	93,8
7	28	34,6	53	65,4
8	5	6,2	76	93,8
9	4	4,9	77	95,1
10	11	13,6	70	86,4
11	19	23,4	62	76,5
12	9	11,1	72	88,9
13	16	19,7	65	80,2
14	23	28,4	58	71,6
15	43	53,1	38	46,9
16	1	1,2	80	98,8
17	0	0,0	81	100,0
18	0	0,0	81	100,0
19	5	6,2	76	93,8
20	0	0,0	81	100,0
21	15	18,5	86	81,4
22	4	4,9	77	95,1
23	13	16,0	68	84,0
24	3	3,7	78	96,3
25	26	32,1	55	67,9
26	9	11,1	72	88,9
27	0	0,0	81	100,0
28	0	0,0	81	100,0
29	0	0,0	81	100,0
30	2	2,5	79	97,5
31	13	16	68	84,0
32	10	12,3	71	87,6
33	6	7,4	75	92,6
34	54	66,6	27	33,3
35	7	8,6	74	91,3
36	2	2,5	79	97,5
37	5	6,2	76	93,8
38	3	3,7	78	96,3
39	0	0,0	81	100,0
40	47	58	34	42

CUADRO Nº 17

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO P1
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	87	93,5	6	6,5
2	58	62,4	35	37,6
3	20	21,5	73	78,5
4	72	76,9	21	23,1
5	59	63,4	34	36,6
6	14	15,0	79	85,0
7	50	53,8	43	46,2
8	31	33,3	62	66,7
9	35	37,6	58	62,4
10	19	19,9	74	80,1
11	32	33,9	61	66,1
12	22	23,1	71	76,9
13	57	61,3	36	38,7
14	73	78,5	20	21,5
15	75	80,6	18	19,4
16	24	25,8	69	74,2
17	20	21,5	73	78,5
18	13	14,0	80	86,0
19	49	52,7	44	47,3
20	28	30,1	65	69,9
21	44	47,3	49	52,7
22	23	24,7	70	75,3
23	58	62,4	35	37,6
24	13	14,0	80	86,0
25	72	77,4	21	22,6
26	33	34,9	60	65,1
27	9	9,1	84	90,9
28	21	22,6	72	77,4
29	4	4,3	89	95,7
30	13	14,0	80	86,0
31	31	33,3	62	66,7
32	11	11,3	82	88,7
33	27	29	66	71,0
34	79	84,9	14	15,1
35	41	43,5	52	56,5
36	10	10,8	83	89,2
37	27	28,5	66	71,5
38	18	19,4	75	80,6
39	7	7,0	86	93,0
40	70	74,7	23	25,3

CUADRO Nº 18

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO P2
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta No.	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	108	89,2	13	10,7
2	71	58,6	50	41,3
3	11	9,1	110	90,9
4	95	78,5	26	21,5
5	63	52,0	58	48,0
6	13	10,7	108	89,2
7	57	47,1	64	52,9
8	24	19,8	97	80,1
9	19	15,7	102	84,2
10	42	34,7	79	65,2
11	52	43,0	69	57,0
12	36	29,7	85	70,2
13	71	58,6	50	41,3
14	79	65,2	42	34,7
15	101	83,4	20	16,5
16	29	24	92	76,0
17	25	20,6	96	79,3
18	10	8,3	111	91,7
19	45	37,2	76	62,8
20	22	18,2	99	81,8
21	39	32,2	82	67,7
22	13	10,7	108	89,2
23	39	32,2	82	67,7
24	9	7,4	112	92,5
25	85	70,2	36	29,7
26	28	23,1	93	76,8
27	1	0,8	120	99,1
28	8	6,6	113	93,3
29	5	4,1	116	95,8
30	10	8,3	111	91,7
31	38	31,4	83	68,6
32	19	15,7	102	84,2
33	29	24	92	76
34	87	71,9	34	28,1
35	47	38,8	74	61,1
36	11	9,1	110	90,9
37	30	24,8	91	75,2
38	12	9,9	109	90,1
39	2	1,7	119	98,3
40	92	76	29	24,0

CUADRO Nº 19

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO P3
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	67	94,5	4	5,6
2	42	59,2	29	40,9
3	5	7,0	66	93,0
4	45	63,4	26	36,7
5	47	66,3	24	33,8
6	7	9,9	64	90,2
7	36	50,8	35	49,4
8	19	26,8	52	73,2
9	12	16,9	59	83,2
10	14	19,7	57	80,4
11	23	32,4	48	67,7
12	17	24,0	54	76,0
13	36	50,8	35	49,4
14	35	49,4	36	50,8
15	56	79,0	15	21,0
16	5	7,0	66	93,0
17	2	2,8	69	97,2
18	0	0,0	71	100,0
19	17	24,0	54	76,0
20	3	4,2	68	95,8
21	16	22,6	55	77,6
22	5	7,0	66	93,0
23	17	24,0	54	76,0
24	5	7,0	66	93,0
25	31	43,7	40	56,4
26	10	14,1	61	85,9
27	0	0,0	71	100,0
28	2	2,8	69	97,2
29	1	1,4	70	98,6
30	2	2,8	69	97,2
31	8	11,3	63	88,7
32	8	11,3	63	88,7
33	16	22,6	55	77,6
34	51	71,9	20	28,2
35	20	28,2	51	71,9
36	3	4,2	68	95,8
37	11	15,4	60	84,6
38	6	8,5	65	91,6
39	0	0,0	71	100,0
40	57	80,4	14	19,7

CUADRO Nº 20

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL LICEO P4
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	77	91,6	7	8,3
2	57	67,8	27	32,1
3	4	4,8	80	95,2
4	67,	79,7	17	20,2
5	42	50,0	42	50,0
6	4	4,8	80	95,2
7	46	54,7	38	45,2
8	16	19,0	68	81,0
9	9	10,7	75	89,2
10	17	20,2	67	79,7
11	29	34,5	55	65,4
12	22	26,2	62	73,8
13	61	72,6	23	27,4
14	38	45,2	46	54,7
15	75	89,2	9	10,7
16	21	25,0	63	75,0
17	10	11,9	74	88,1
18	3	3,6	81	96,4
19	24	28,6	60	71,4
20	16	19,0	68	81,0
21	14	16,7	70	83,3
22	7	8,3	77	91,6
23	14	16,7	70	83,3
24	7	8,3	77	91,6
25	42	50,0	42	50,0
26	9	10,7	75	89,2
27	1	1,2	83	98,8
28	4	4,8	80	95,2
29	2	2,4	82	97,6
30	3	3,6	81	96,4
31	17	20,2	67	79,7
32	2	2,4	82	97,6
33	10	11,9	74	88,1
34	65	77,4	19	22,6
35	28	33,3	56	66,6
36	2	2,4	82	97,6
37	25	29,8	59	70,2
38	4	4,8	80	95,2
39	1	1,2	83	98,8
40	59	70,2	25	29,8

CUADRO Nº 21

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN ESCUELA NORMAL N1
Cifras: absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta Número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	212	90,9	21	9,0
2	164	70,4	69	29,6
3	8	3,4	225	96,5
4	205	87,9	28	12,0
5	157	67,4	76	32,6
6	70	30,0	163	70,0
7	147	63,1	86	36,9
8	96	41,2	137	58,8
9	102	43,8	131	56,2
10	117	50,2	116	49,8
11	146	62,6	87	37,3
12	98	42,0	135	57,9
13	145	62,2	88	37,8
14	198	84,9	35	15,0
15	212	90,0	21	9,0
16	160	68,6	73	31,3
17	123	52,8	110	47,2
18	71	30,4	162	69,5
19	166	71,2	67	28,7
20	125	53,6	108	46,3
21	129	55,3	104	44,6
22	43	18,4	190	81,6
23	109	46,8	124	53,2
24	48	20,6	185	79,4
25	147	63,1	86	36,9
26	57	24,4	176	75,5
27	21	9,0	212	90,9
28	26	11,2	207	88,8
29	19	8,2	214	91,8
30	19	8,2	214	91,8
31	90	38,6	143	61,3
32	90	38,6	143	61,3
33	96	41,2	137	58,8
34	216	92,7	17	7,3
35	98	42,0	135	57,9
36	35	15,0	198	84,9
37	79	33,9	154	66,1
38	31	13,3	202	86,6
39	11	4,7	222	95,2
40	192	82,4	41	17,6

CUADRO N° 22

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN LA ESCUELA NORMAL N2
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	31	91,1	3	8,8
2	14	41,2	20	58,8
3	3	8,8	31	91,9
4	30	88,2	4	11,8
5	28	82,3	6	17,6
6	11	32,3	23	67,6
7	27	79,4	7	20,6
8	18	52,9	16	47,0
9	18	52,9	16	47,0
10	7	20,6	27	79,4
11	12	35,3	22	64,7
12	7	20,6	27	79,4
13	23	67,6	11	32,3
14	31	91,1	3	8,8
15	31	91,1	3	8,8
16	16	47,0	18	52,9
17	6	17,6	28	82,3
18	4	11,8	30	88,2
19	21	61,7	13	38,2
20	16	47,0	18	52,9
21	19	55,9	15	44,1
22	11	32,3	23	67,6
23	23	67,6	11	32,3
24	7	20,6	27	79,4
25	28	82,3	6	17,6
26	14	41,2	20	58,8
27	2	5,9	32	94,1
28	6	17,6	28	82,3
29	1	2,9	33	97,0
30	7	20,6	27	79,4
31	14	41,2	20	58,8
32	5	14,7	29	85,3
33	8	23,5	26	76,4
34	28	82,3	6	17,6
35	21	61,7	13	38,2
36	7	20,6	27	79,4
37	14	41,2	20	58,8
38	8	23,5	26	76,4
39	3	8,8	31	91,1
40	26	76,4	8	23,5

CUADRO Nº 23

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN LA ESCUELA NORMAL N3
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	226	95,8	10	4,2
2	138	58,5	98	41,6
3	2	0,8	234	99,2
4	195	82,7	41	17,4
5	178	75,5	58	24,6
6	56	23,7	180	76,3
7	179	75,9	57	24,2
8	105	44,5	131	55,4
9	104	44,1	132	56,0
10	36	15,3	200	84,8
11	58	24,6	178	75,5
12	56	23,7	180	76,3
13	132	56,0	104	44,1
14	179	75,9	57	24,2
15	217	92,0	19	8,0
16	83	35,2	153	64,9
17	35	14,8	201	85,2
18	18	7,6	218	92,4
19	122	51,7	114	48,3
20	68	28,8	168	71,2
21	134	56,8	102	43,2
22	52	22,0	184	78,0
23	115	48,8	121	51,3
24	23	9,8	213	90,3
25	136	57,7	100	42,4
26	66	28,0	170	72,0
27	8	3,4	228	96,7
28	18	7,6	218	92,4
29	3	1,3	233	98,8
30	22	9,3	214	90,7
31	73	31	163	69,0
32	33	14	203	86,0
33	45	19,1	191	81,0
34	202	85,6	34	14,4
35	122	51,7	114	48,3
36	41	17,4	195	82,7
37	96	40,7	140	59,4
38	22	9,3	214	90,7
39	3	1,3	233	98,8
40	210	89,0	26	11,0

CUADRO Nº 24

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL GRUPO "TO" (1)
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	1190	90,9	131	9,9
2	642	48,5	681	51,5
3	11	0,8	1312	99,2
4	720	54,4	603	45,6
5	606	45,8	717	54,2
6	69	5,2	1254	94,8
7	602	45,5	721	54,5
8	194	14,7	1129	85,4
9	127	9,6	1196	90,4
10	199	15,0	1124	85,0
11	314	32,7	1010	76,4
12	244	18,4	1080	81,6
13	508	38,4	815	61,6
14	599	45,3	724	54,7
15	906	68,5	418	31,6
16	9	0,7	1314	99,3
17	4	0,3	1319	99,7
18	1	0,1	1322	99,9
19	160	12,1	1163	87,9
20	4	0,3	1319	99,7
21	260	19,7	1064	80,4
22	67	5,1	1258	95,0
23	254	19,2	1069	80,8
24	53	4,0	1271	96,0
25	539	40,7	785	59,3
26	147	11,1	1176	88,9
27	4	0,3	1319	99,7
28	41	3,1	1282	96,9
29	6	0,4	1317	99,6
30	13	1,0	1310	99,0
31	141	10,6	1182	89,4
32	112	8,5	1211	91,6
33	193	14,6	1130	78,9
34	896	67,7	426	32,2
35	290	21,9	1033	78,1
36	37	2,8	1286	97,2
37	129	9,8	1194	90,2
38	47	3,6	1277	96,5
39	4	0,3	1319	99,7
40	864	65,3	459	34,7

(1) El grupo "TO" está constituido por estudiantes de primer año de Educación Media procedentes de los nueve liceos oficiales investigados. Son 1323 (mil trescientos veintitrés) estudiantes.

CUADRO N° 25

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL GRUPO "TP" (1)

Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)

Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números asbolutos	números relativos
1	339	91,9	30	8,1
2	228	61,8	141	38,2
3	40	10,8	329	89,2
4	279	75,6	90	24,4
5	211	57,2	158	42,8
6	38	10,3	331	89,7
7	189	51,2	180	48,8
8	90	24,4	279	75,6
9	75	20,3	294	79,7
10	92	24,9	277	75,1
11	136	36,9	233	63,1
12	97	26,3	272	73,7
13	225	61,0	144	39,0
14	225	61,0	144	39,0
15	307	83,2	62	16,8
16	79	21,4	290	78,6
17	57	15,4	312	84,6
18	26	7,0	343	93,0
19	135	234	63,4	
20	69	18,7	300	81,3
21	113	30,6	256	69,4
22	48	13,0	321	87,0
23	128	34,7	241	65,3
24	34	9,2	335	90,8
25	230	62,3	139	37,7
26	80	21,7	289	78,3
27	11	3,0	358	97,0
28	35	9,5	334	90,5
29	12	3,3	357	96,7
30	28	7,6	341	92,4
31	94	25,5	275	74,5
32	40	10,8	329	89,2
33	82	22,2	287	77,8
34	282	76,4	87	23,6
35	136	36,9	233	63,1
36	26	7,0	343	93,0
37	93	25,2	276	74,8
38	40	10,8	329	89,2
39	10	2,7	359	97,3
40	278	75,3	91	24,7

(1) El grupo "TP" está constituido por estudiantes de primer año de Educación Media procedentes de los cuatro liceos particulares investigados. Son 369 (trescientos sesenta y nueve) estudiantes.

CUADRO N º 26

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL GRUPO "TL" (1)

Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)

Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	1529	90,4	161	9,5
2	870	51,4	822	48,6
3	51	3,0	1641	97,0
4	999	59,0	693	41,0
5	817	48,3	875	51,7
6	107	6,3	1585	93,7
7	791	46,7	901	53,2
8	284	16,8	1408	83,2
9	202	11,9	1490	88,1
10	291	17,2	1401	82,8
11	450	26,6	1243	73,5
12	341	20,2	1352	79,9
13	733	43,3	959	56,7
14	824	48,7	868	51,3
15	1213	71,7	480	28,3
16	88	5,2	1604	94,8
17	61	3,6	1631	96,4
18	27	1,6	1665	98,4
19	295	17,4	1397	82,6
20	73	4,3	1619	95,7
21	373	22,0	1320	78,0
22	115	6,8	1579	93,3
23	382	22,6	1310	77,4
24	87	5,1	1606	94,9
25	769	45,4	924	54,6
26	227	13,4	1465	86,8
27	15	0,9	1677	99,1
28	76	4,5	1616	95,5
29	18	1,1	1674	98,9
30	41	2,4	1651	97,6
31	235	13,9	1457	86,1
32	152	9,0	1540	91,0
33	275	16,2	1130	83,8
34	1178	69,6	513	30,3
35	426	25,2	1266	74,8
36	63	3,7	1629	96,3
37	222	13,1	1470	86,9
38	87	5,1	1606	94,9
39	14	0,8	1678	99,2
40	1142	67,5	550	32,5

(1) El grupo "TL" está constituido por los estudiantes de primer año de Educación Media, procedentes de los nueve liceos oficiales y los cuatro liceos investigados. Son 1692 (mil seiscientos noventa y dos) estudiantes.

CUADRO Nº 27

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL GRUPO "TN" (1)

Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)

Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	469	93,3	34	6,8
2	316	62,9	187	37,2
3	13	2,6	490	97,5
4	430	85,6	73	14,5
5	363	72,2	140	27,9
6	137	27,3	366	72,8
7	353	70,2	150	29,9
8	219	43,6	284	56,5
9	224	44,6	279	55,5
10	160	31,8	343	68,3
11	216	43,0	287	57,0
12	161	32,0	342	68,0
13	300	59,7	203	40,4
14	408	81,2	95	18,9
15	460	91,5	43	8,6
16	259	51,5	244	48,6
17	164	32,6	339	67,5
18	93	18,5	410	81,6
19	309	61,5	194	38,6
20	209	41,6	294	58,5
21	282	56,1	221	44,0
22	106	21,1	397	79,0
23	247	49,1	256	50,9
24	78	15,5	425	84,6
25	311	61,9	192	38,2
26	137	27,3	366	72,8
27	31	6,2	472	93,9
28	50	9,9	453	90,1
29	23	4,6	480	95,5
30	48	9,6	455	90,5
31	177	35,2	326	64,9
32	128	25,5	375	74,6
33	149	29,6	354	70,4
34	446	88,7	57	11,3
35	241	47,9	262	52,1
36	83	16,5	420	83,6
37	189	37,6	314	62,5
38	61	12,1	442	87,9
39	17	3,4	486	96,7
40	428	85,2	75	14,9

(1) El grupo "TN" está constituido por los estudiantes de las tres escuelas normales investigadas. Son 503 (quinientos tres) estudiantes.

CUADRO Nº 28

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA, EN EL GRUPO "LN" (1)

Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)

Año de 1970

Pregunta número	RESPUESTAS CORRECTAS		RESPUESTAS INCORRECTAS	
	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	1998	91,1	195	8,9
2	1186	54,1	1009	46,0
3	64	2,9	2131	97,2
4	1429	65,2	766	34,9
5	1180	53,8	1015	46,3
6	244	11,1	1951	89,0
7	1144	52,2	1051	47,9
8	503	22,9	1692	77,2
9	426	19,4	1769	80,7
10	451	20,6	1744	79,5
11	666	30,4	1530	69,7
12	502	22,9	1694	77,2
13	1033	47,0	1162	53,0
14	1232	56,2	963	43,9
15	1673	76,3	523	23,8
16	347	15,8	1848	84,3
17	225	10,3	1970	89,8
18	120	5,5	2075	94,6
19	604	27,5	1591	72,5
20	282	12,8	1913	87,2
21	655	29,9	1541	70,2
22	221	10,0	1976	90,1
23	629	28,7	1566	71,4
24	165	7,5	2031	92,6
25	1080	49,2	1116	50,9
26	364	16,6	1831	83,5
27	46	2,1	2149	98,0
28	126	5,7	2069	94,3
29	41	1,9	2154	98,2
30	89	4,0	2106	96,0
31	412	18,8	1783	81,3
32	280	12,8	1915	87,3
33	424	19,5	1484	67,7
34	1624	74,0	570	76,0
35	667	30,4	1528	69,7
36	146	6,6	2049	93,4
37	411	18,7	1784	81,3
38	148	6,7	2048	93,3
39	31	1,4	2164	98,7
40	1570	71,6	625	28,5

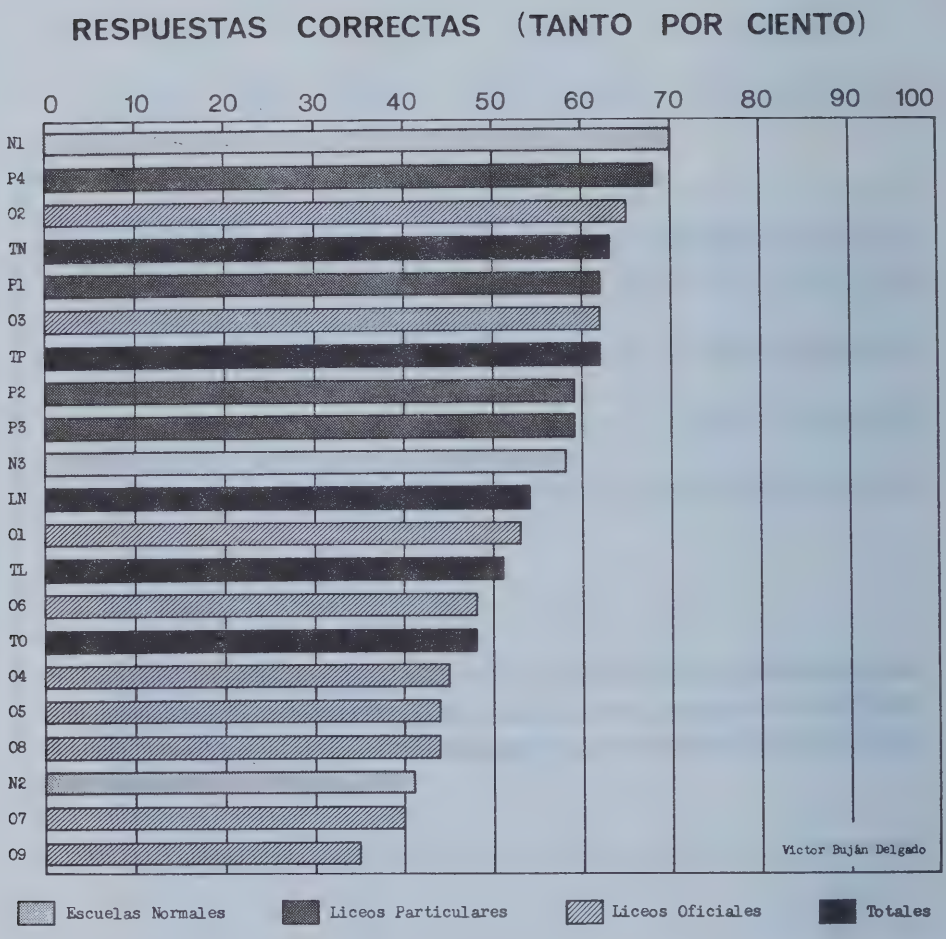
(1) El grupo "LN" está constituido por 1692 estudiantes de primer año de Educación Media procedentes de nueve liceos oficiales y cuatro particulares, y 503 estudiantes procedentes de tres escuelas normales. Son 2195 (dos mil ciento noventa y cinco) estudiantes.

Cada uno de los gráficos, del número uno al número cuarenta, está dedicado a una determinada pregunta de la prueba.

Cada gráfico muestra el número de respuestas correctas obtenidas en una pregunta, en cada una de las dieciséis instituciones investigadas y en los grupos "TO", "TP", "TL", "TN" y "LN". Los números son relativos, o sea, porcentajes.

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 1. Respuestas correctas a la pregunta Nº 1: "Escriba con cifras el número mil veinticuatro".

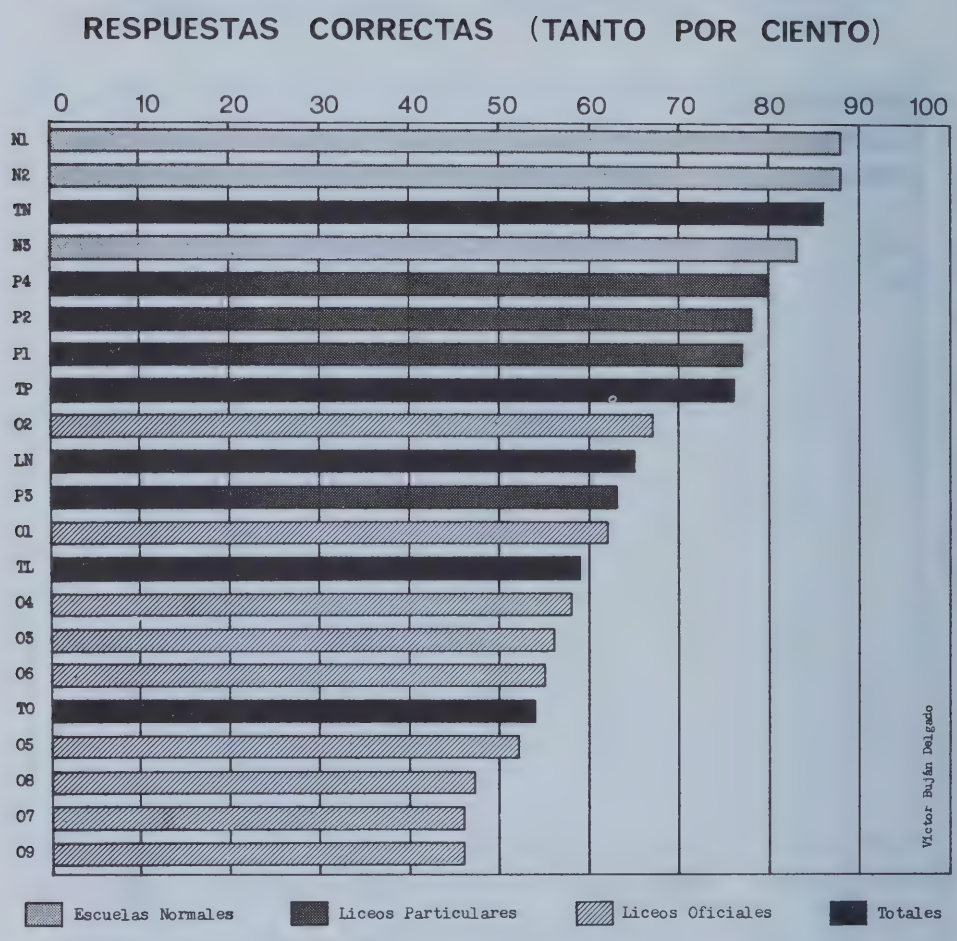


TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 2. Respuestas correctas a la pregunta Nº 2: "Escriba con cifras (en decimales) once milésimos".

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1523 alumnos de primer año.

Gráfica 3. Respuestas correctas a la pregunta Nº 3: "Escriba con cifras tres millones ochenta y cuatro mil seis unidades y diecisiete décimos. Utilice decimales."



TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

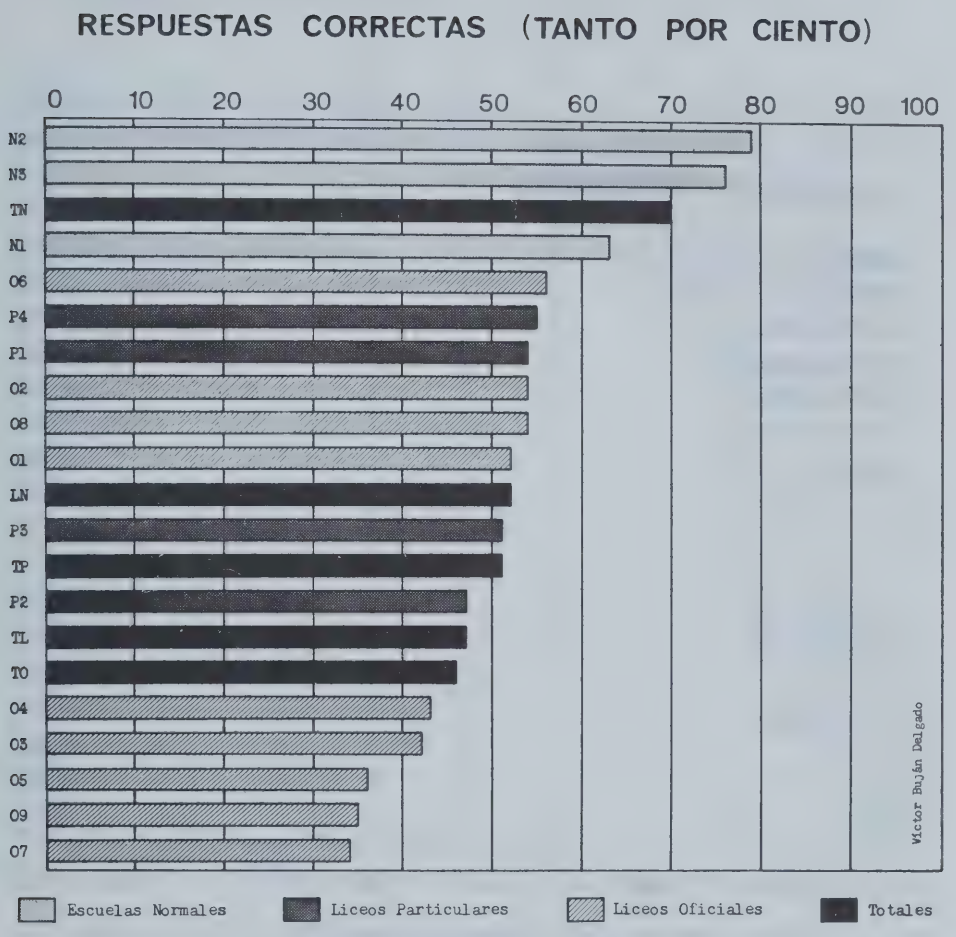
Gráfica 4. Respuestas correctas a la pregunta Nº 4: "Escriba con palabras 65042326".

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 5. Respuestas correctas a la pregunta Nº 5: "Multiplique 0,0028 por mil".

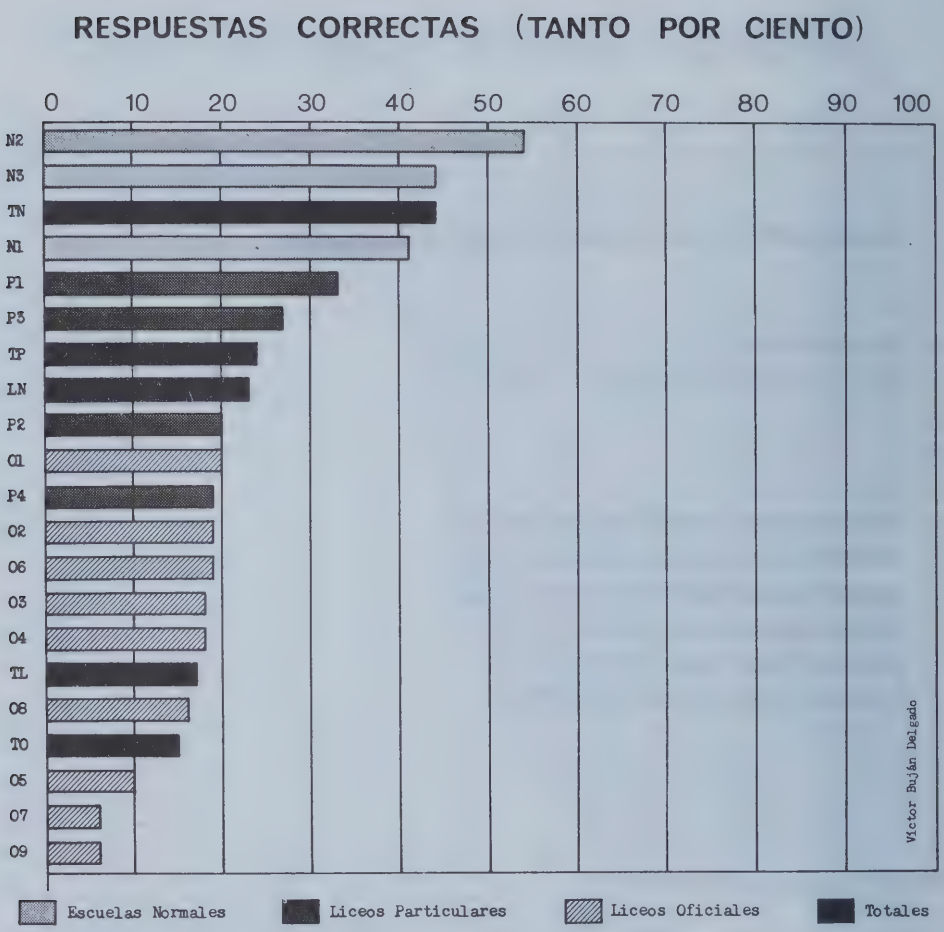
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 6. Respuestas correctas a la pregunta Nº 6: "Divida 0,1 entre 0,01".



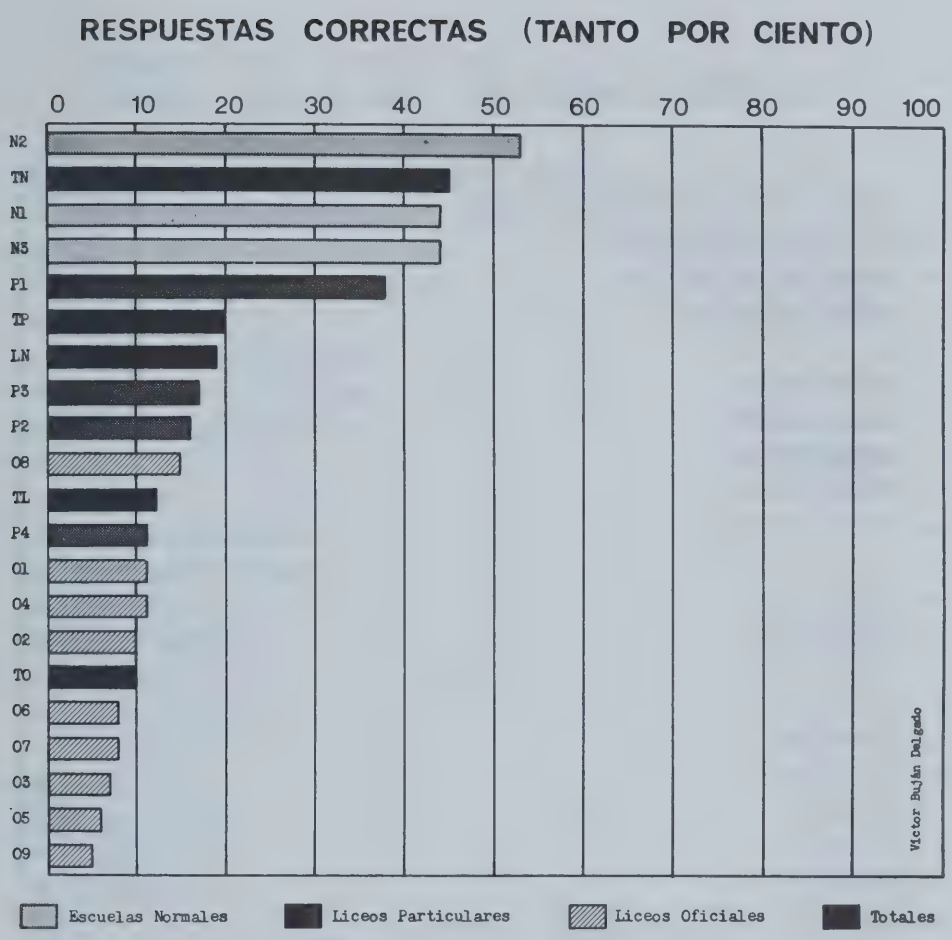
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 7. Respuestas correctas a la pregunta Nº 7: "Multiplique 4,032 por 30,5".



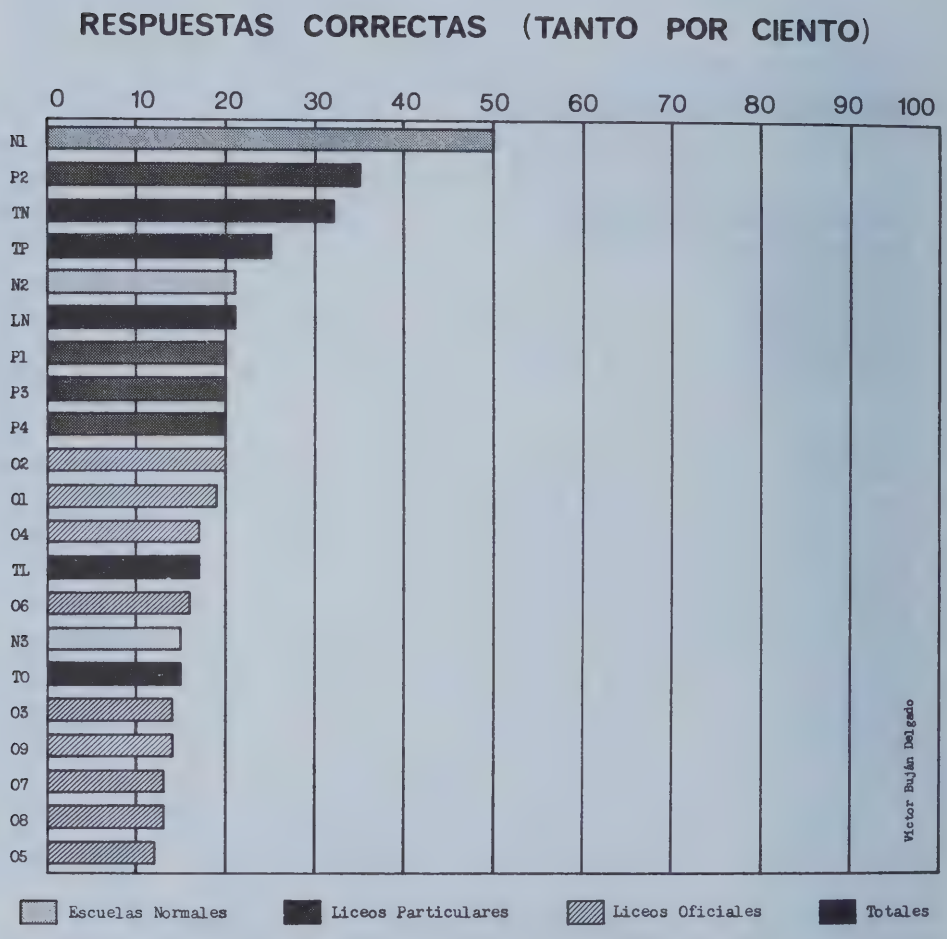
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 8. Respuestas correctas a la pregunta Nº 8: "Divida 62,581 entre 7,12 (obtenga dos - decimales)".



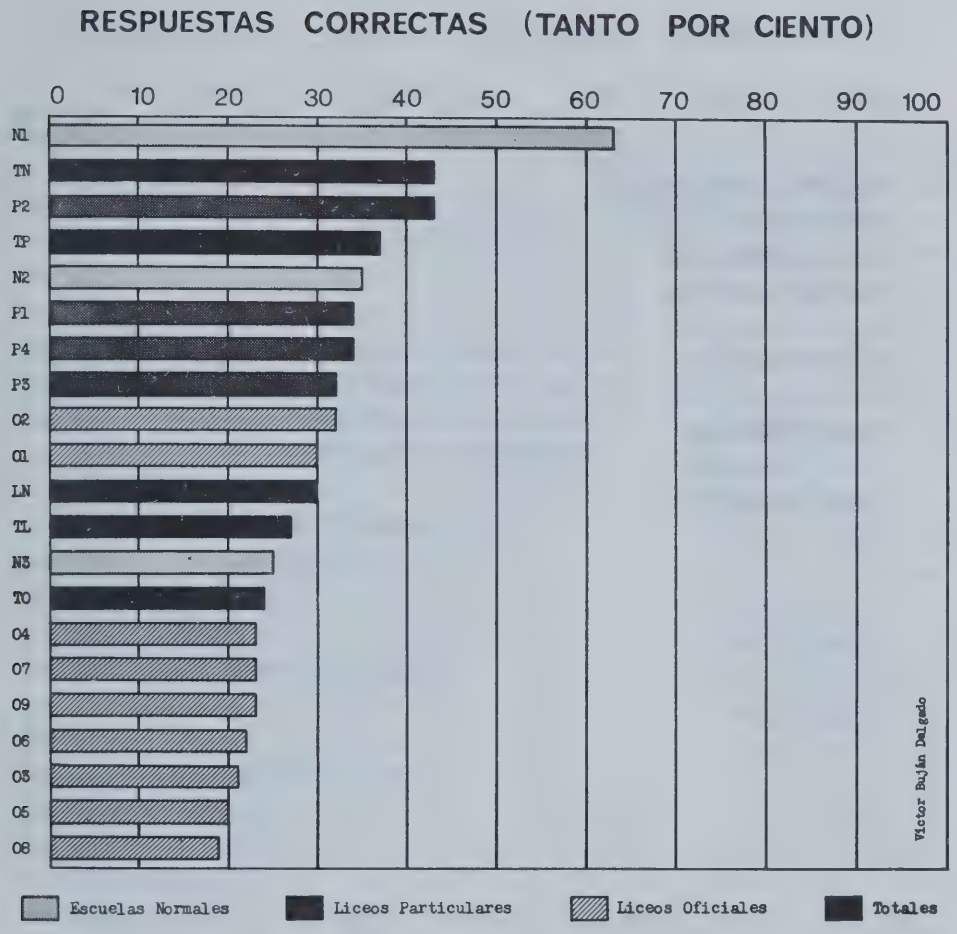
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 9. Respuestas correctas a la pregunta Nº 9: "Un dólar equivale a 6,63 colones. Una libra esterlina equivale a 18,56 colones. ¿A cuántos dólares equivale una libra esterlina?".



TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 10. Respuestas correctas a la pregunta Nº 10. "¿Qué es un quebrado impropio?".

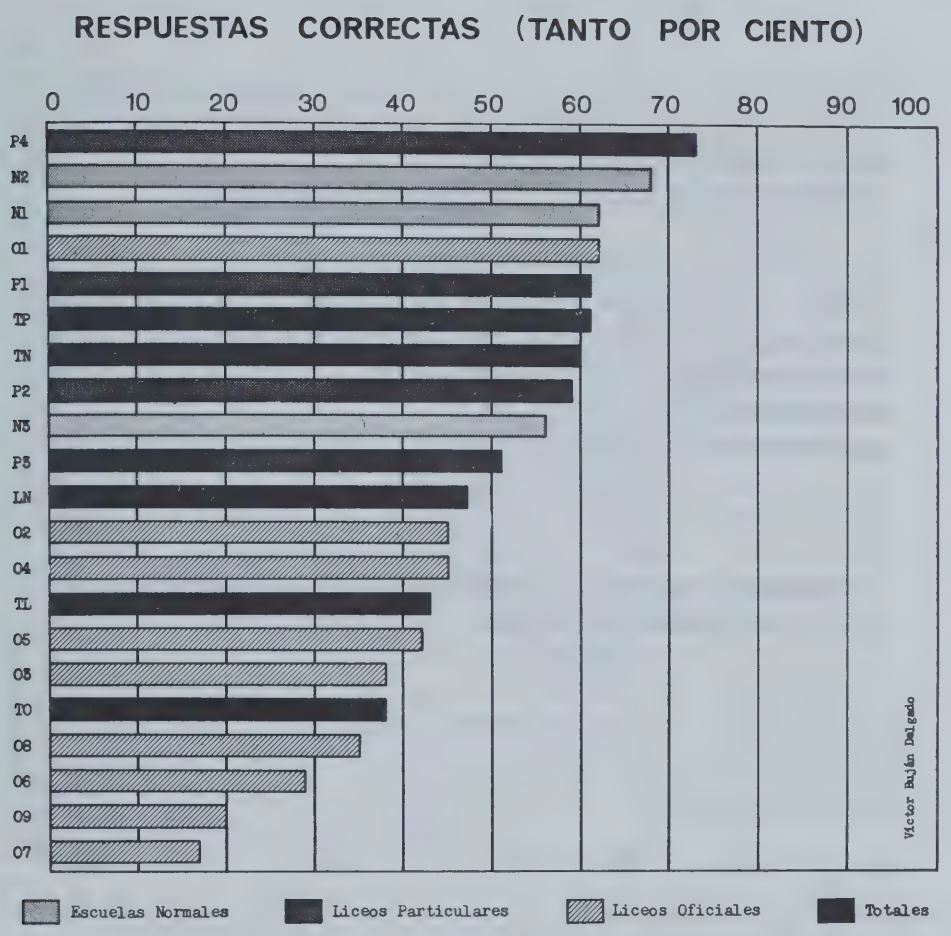


TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 11. Respuestas correctas a la pregunta Nº 11. "¿Qué es un quebrado propio?".

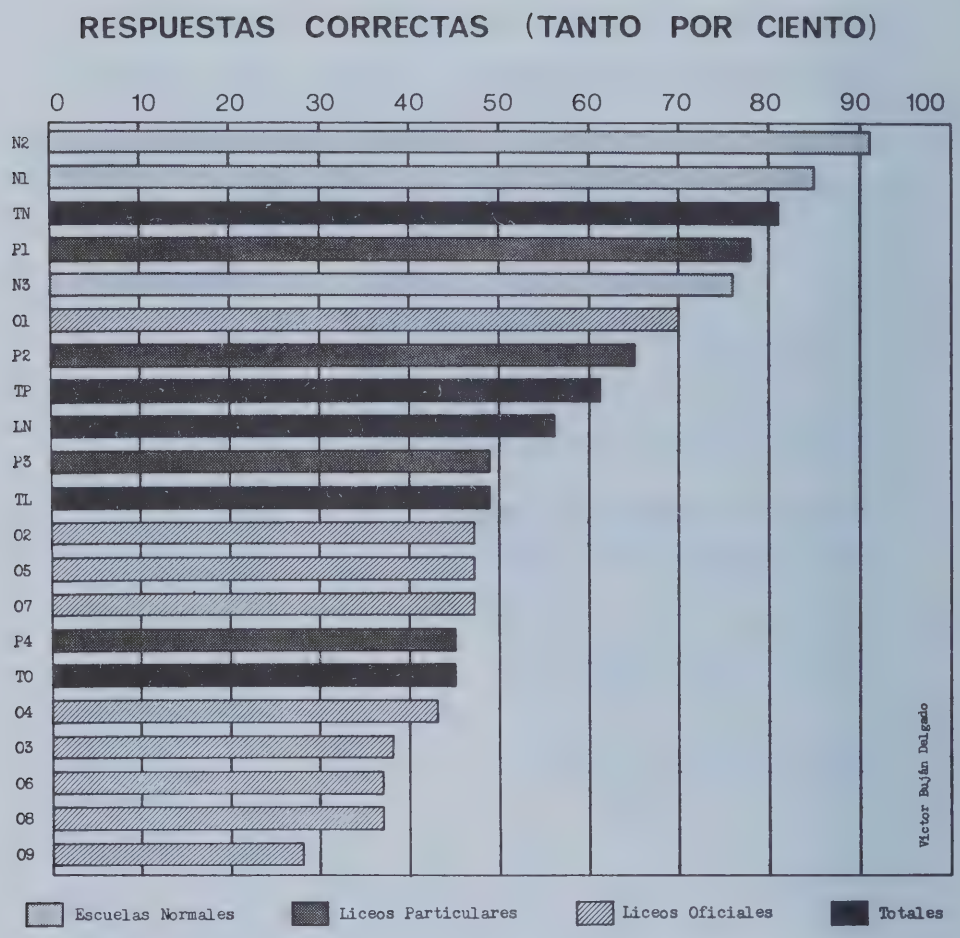
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 12. Respuestas correctas a la pregunta Nº 12. "¿Qué es un número mixto?".



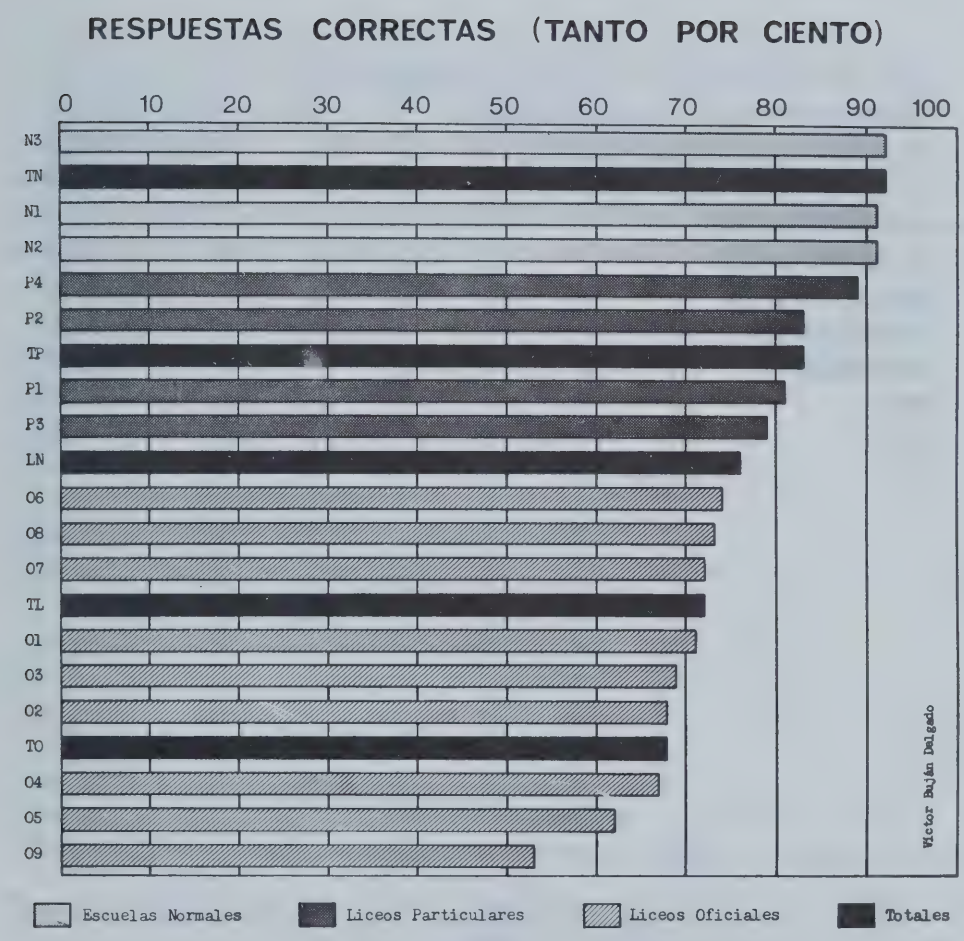
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 13. Respuestas correctas a la pregunta Nº 13. "¿Cuántos quintos tiene la unidad?".



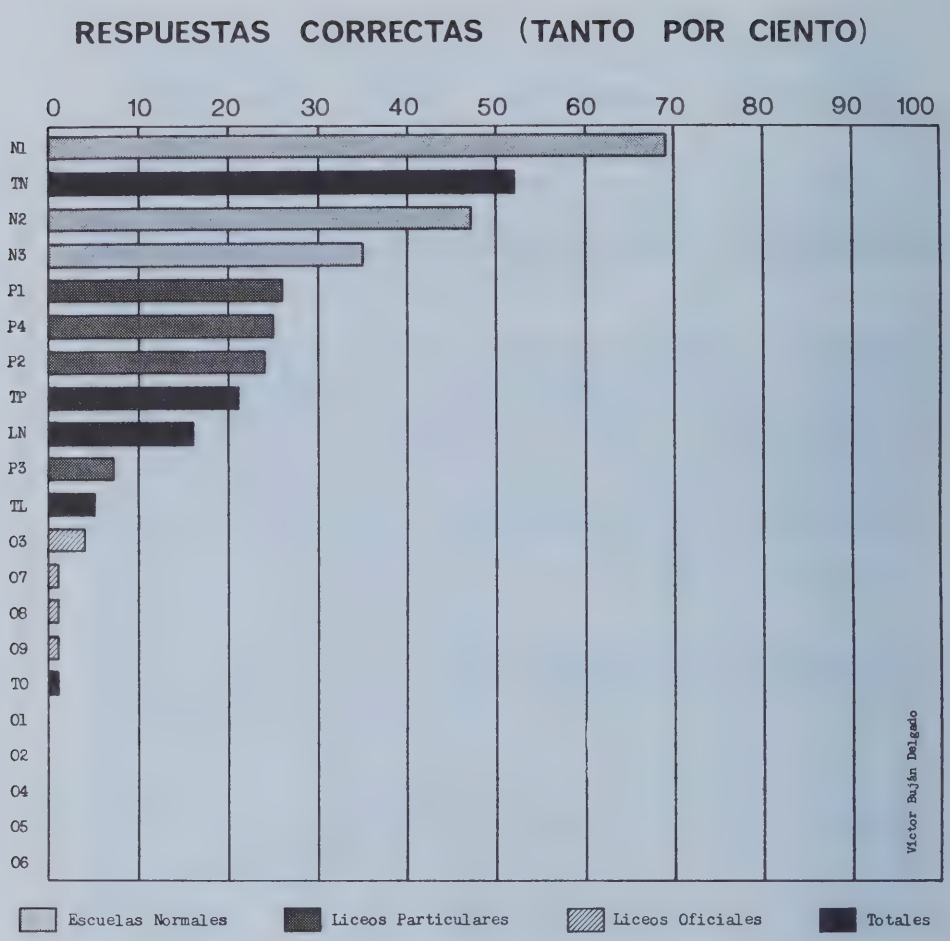
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 14. Respuestas correctas a la pregunta Nº 14. "A Enrique le regalaron 2/9 de libra de confites y a Luis le regalaron 2/8 de libra de confites. ¿Cuál de los dos recibió más confites?".



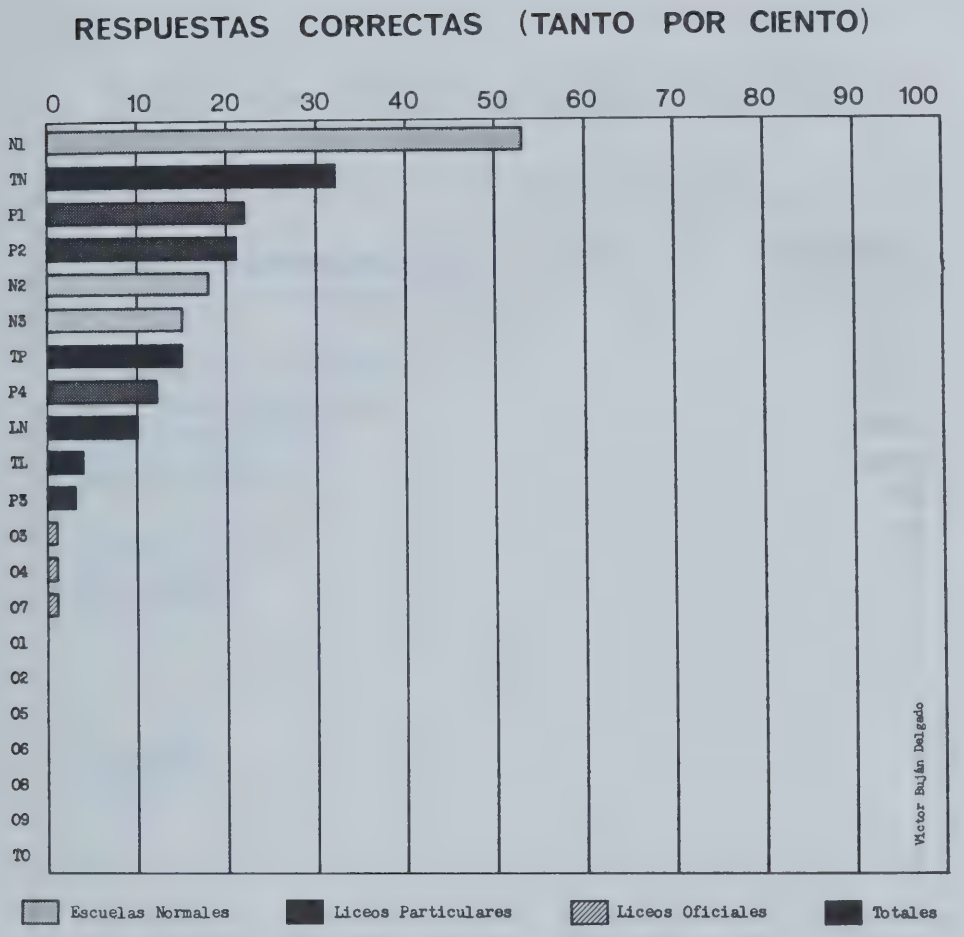
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 15. Respuestas correctas a la pregunta Nº 15. "Escriba un quebrado con cifras entre los paréntesis. Diga cuál es el numerador y cuál es el denominador de ese quebrado".



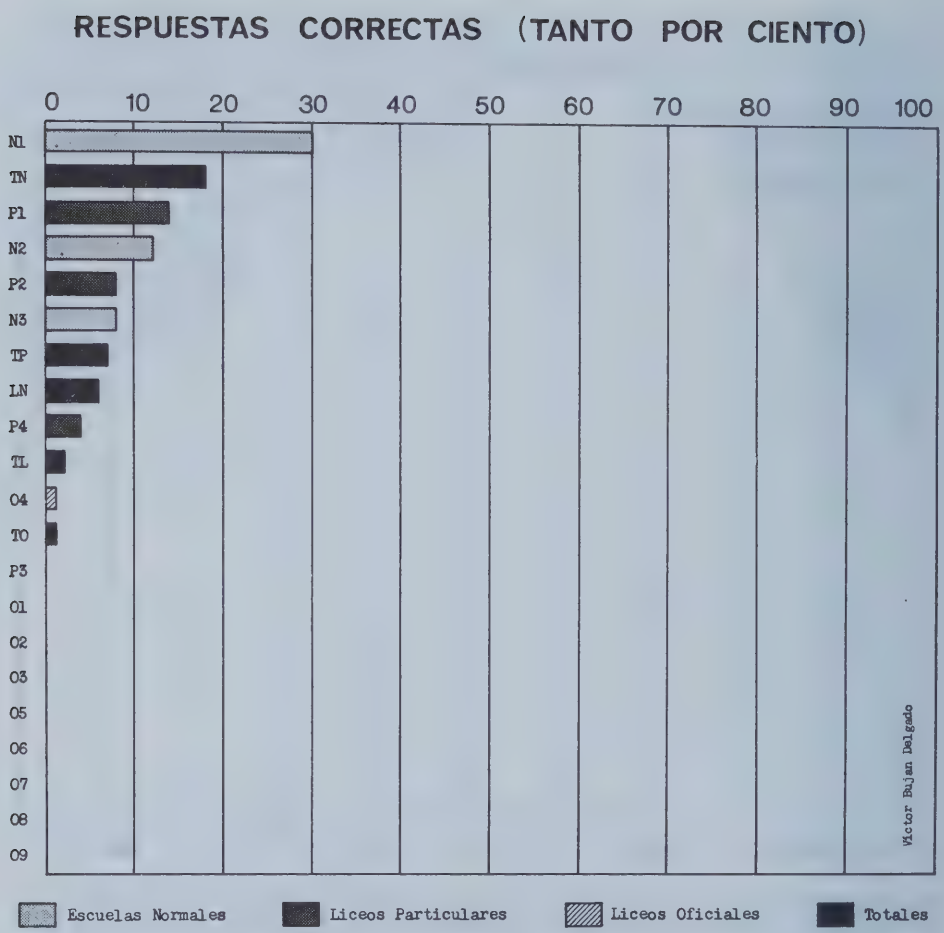
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 16. Respuestas correctas a la pregunta Nº 16. "Efectúe la suma 3/5 + 4/7 ".



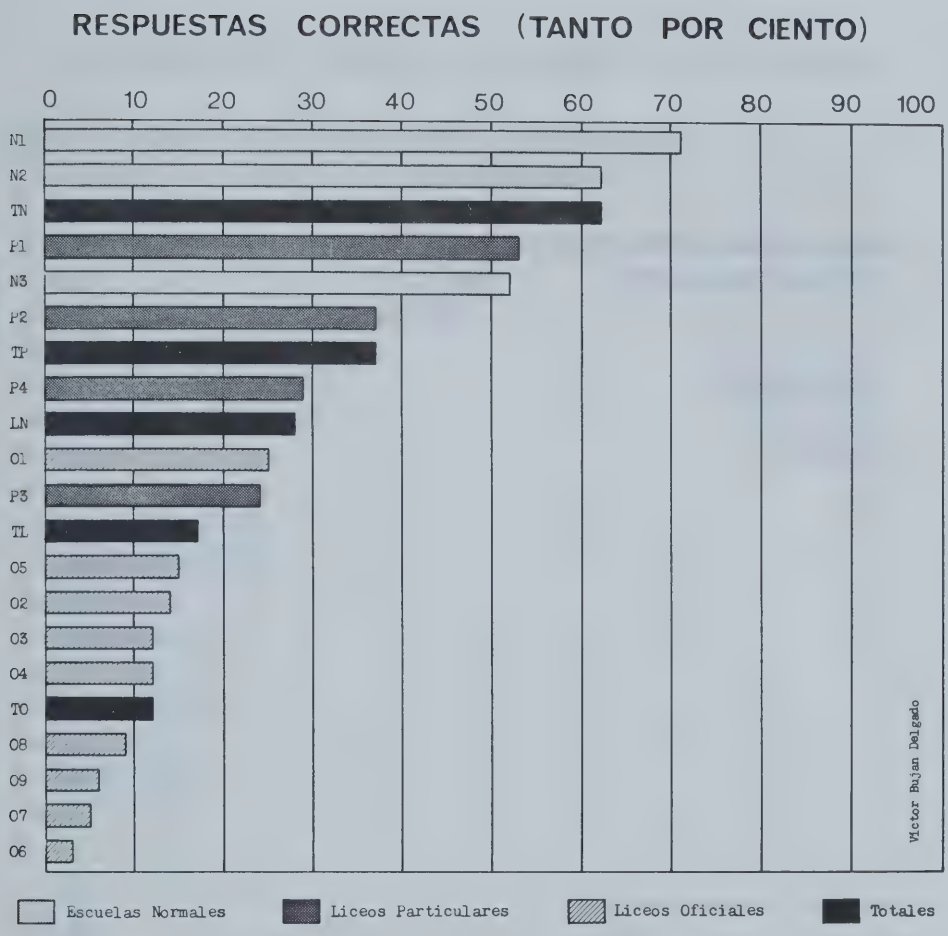
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 17. Respuestas correctas a la pregunta Nº 17. "Efectúe la suma: $6\frac{1}{10} + 8\frac{5}{8}$ ".



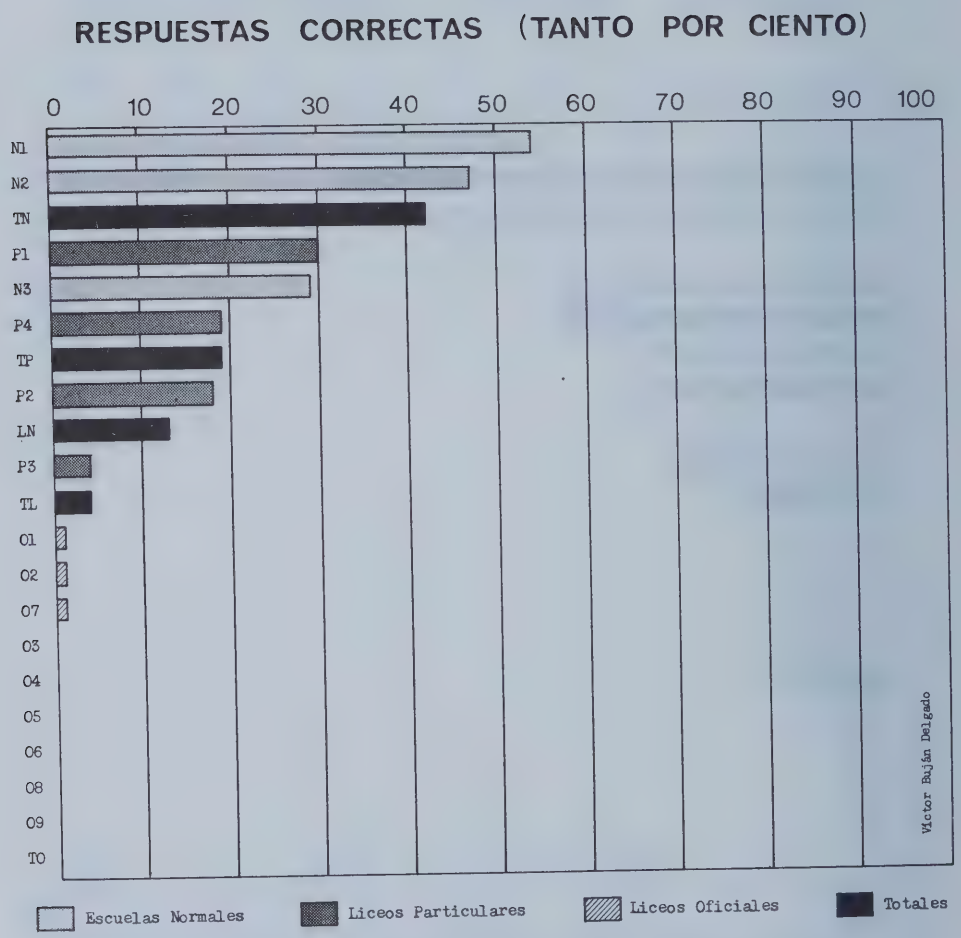
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 18. Respuestas correctas a la pregunta Nº 18. "Efectúe la resta $4\frac{1}{8} - 1\frac{2}{9}$ ".



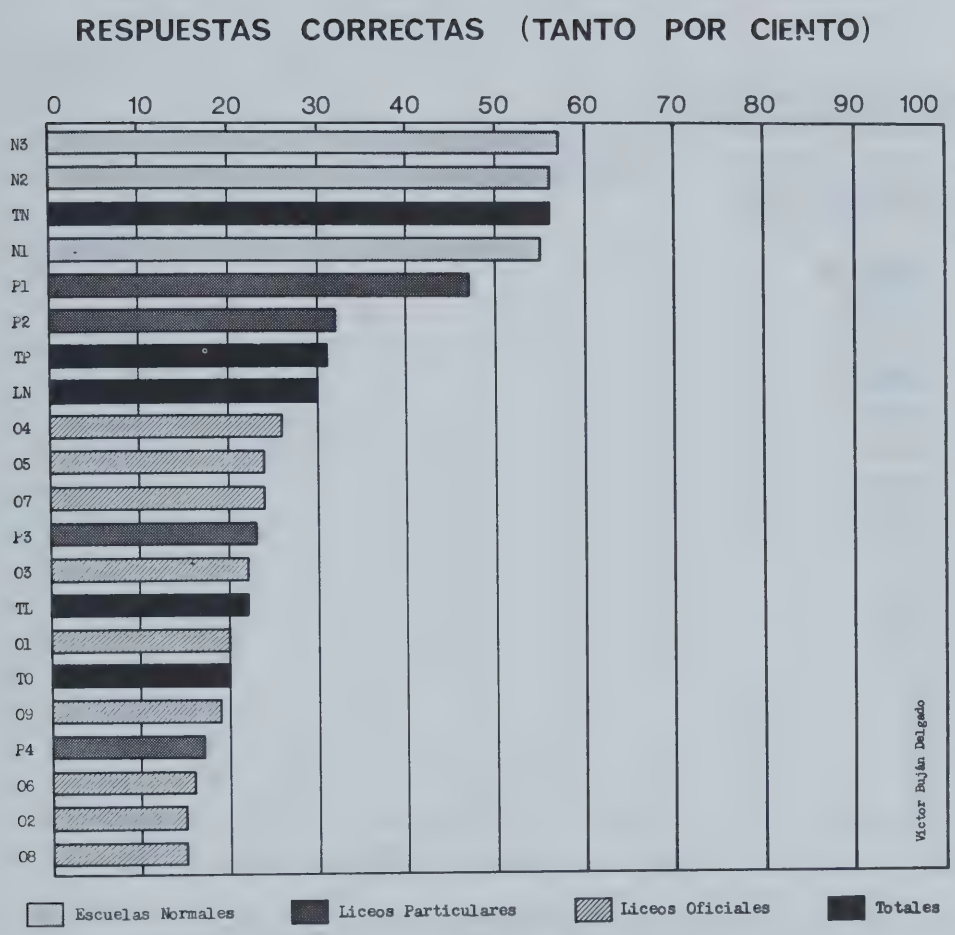
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 19. Respuestas correctas a la pregunta Nº 19. "Efectúe la resta $1 - \frac{1}{8}$ ".



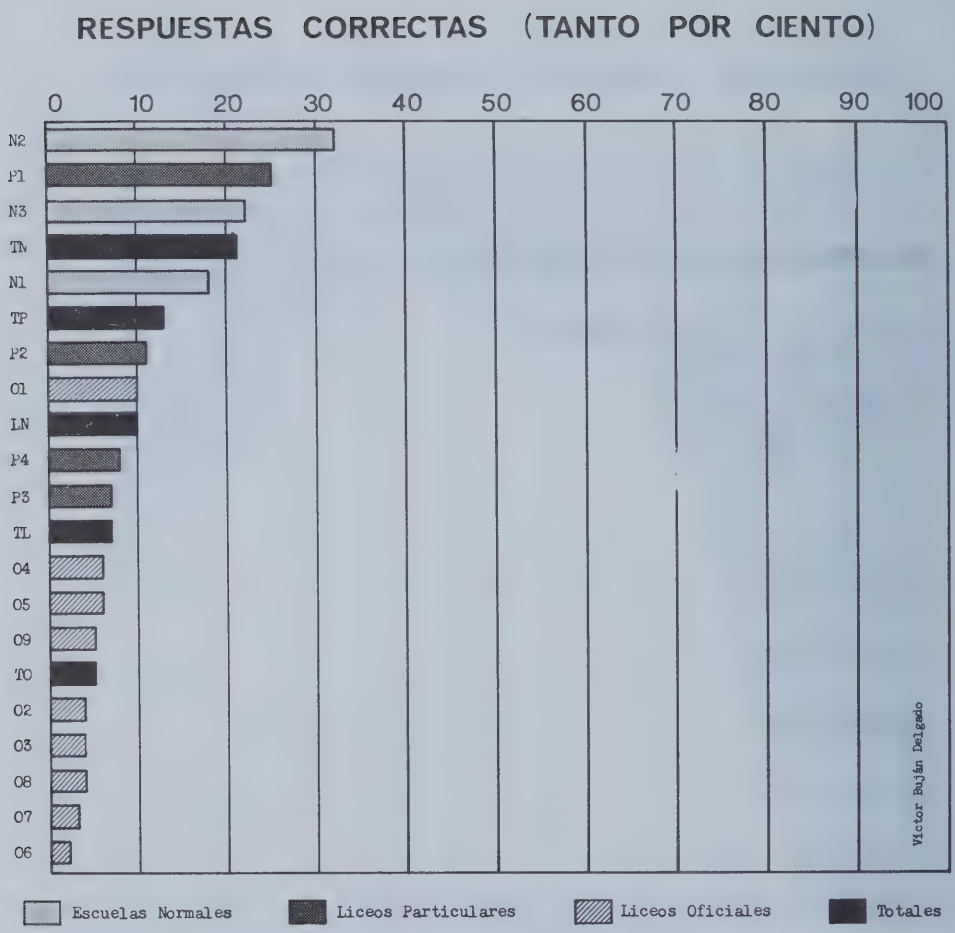
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 20. Respuestas correctas a la pregunta Nº 20. "Efectúe la resta 8/10 — 2/5 ".



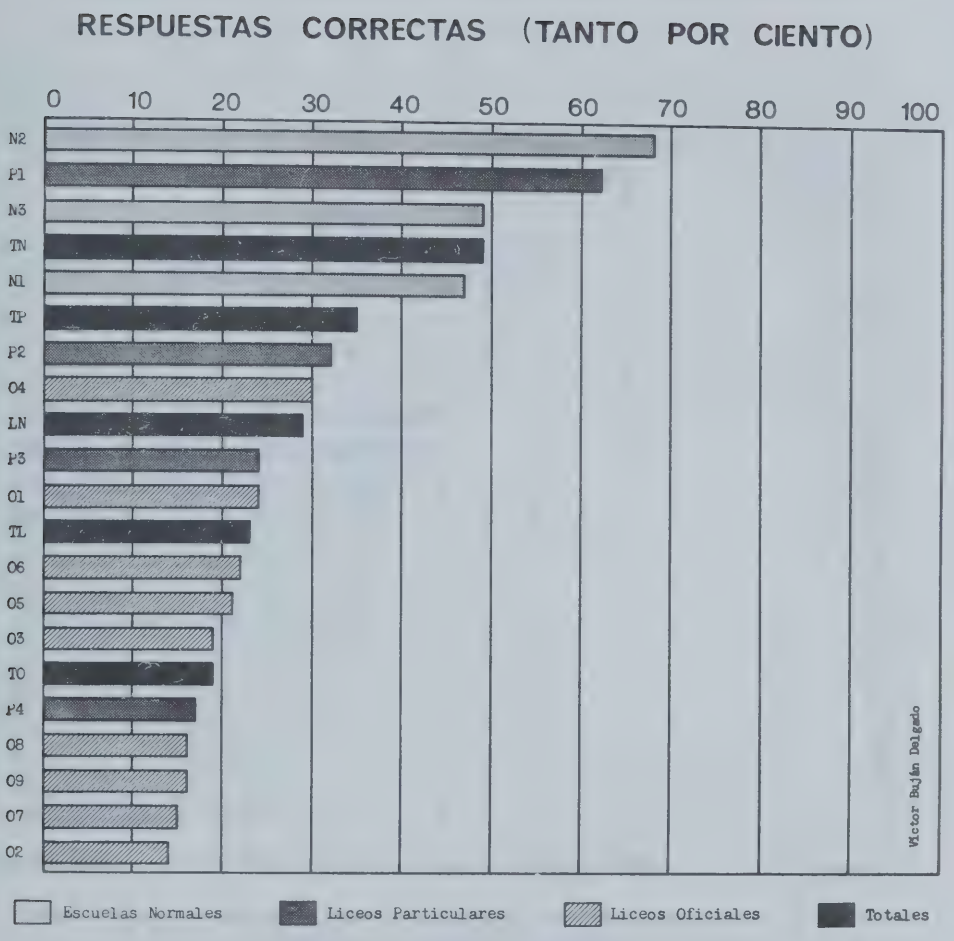
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 21. Respuestas correctas a la pregunta Nº 21. "¿Cuánto es el 6% de 900 colones?"



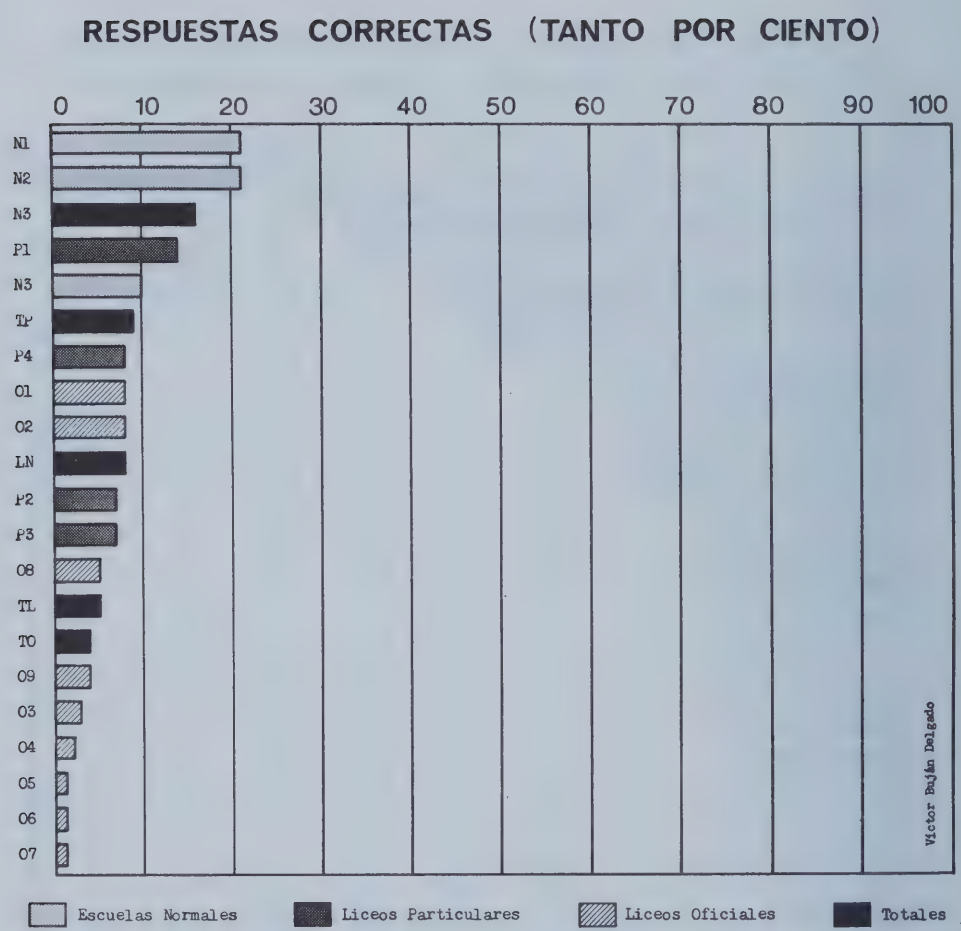
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 22. Respuestas correctas a la pregunta Nº 22. "Hallar el 0,5% de 40 ".



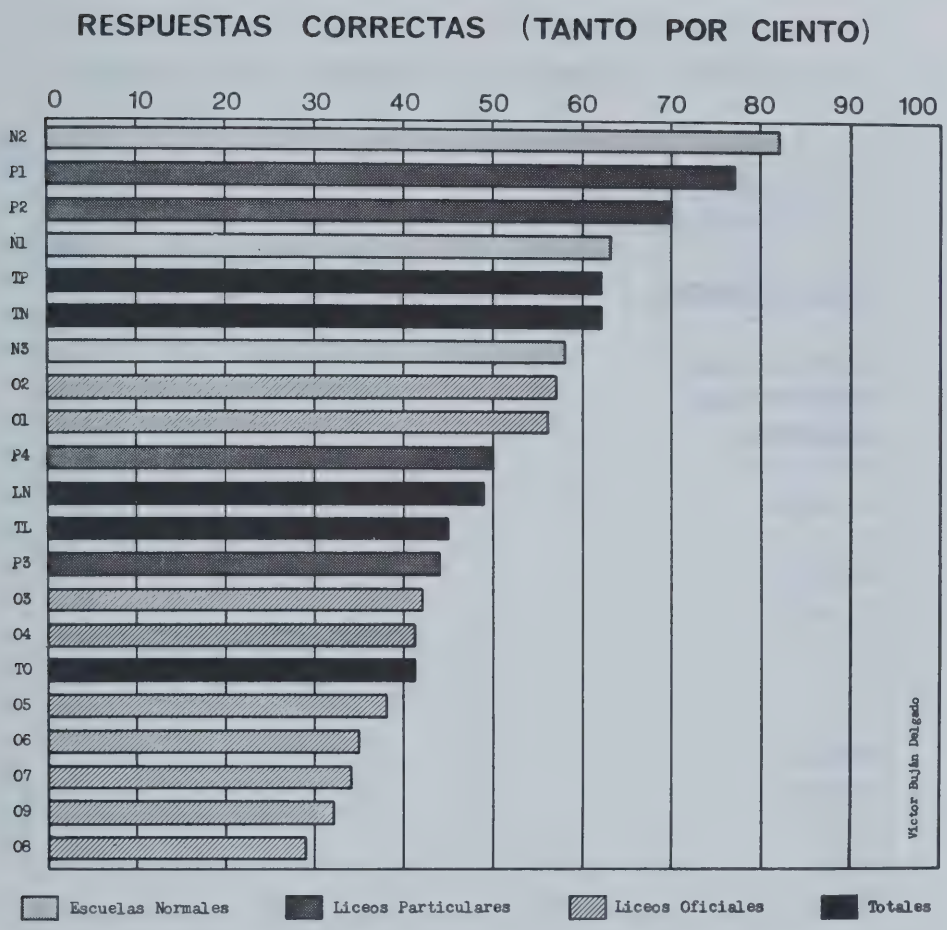
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 23. Respuestas correctas a la pregunta Nº 23. "¿Cuál es el 27% de cien?".



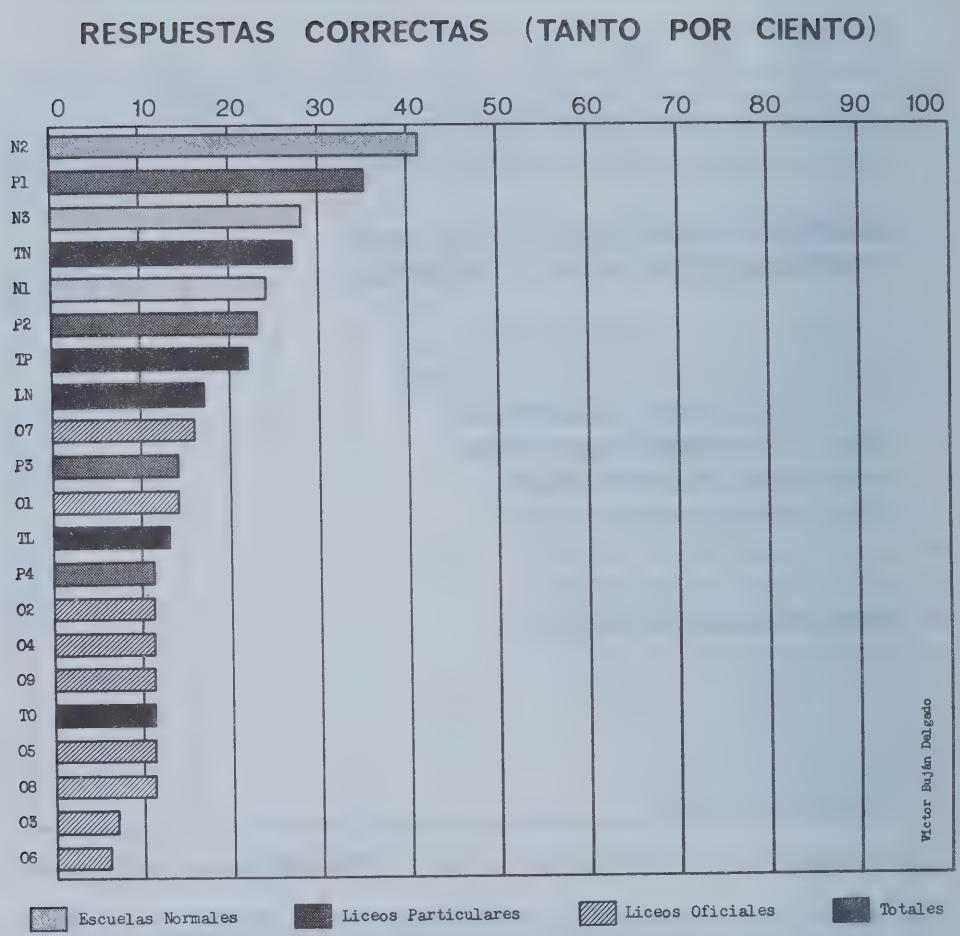
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 24. Respuestas correctas a la pregunta Nº 24. "Se venden manzanas a ₡2,40 el kilogramo. ¿Cuánto se paga por cuatro manzanas que pesan un total de 628 gramos?".



TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 25. Respuestas correctas a la pregunta Nº 25. "Un caracol recorre una distancia de cuarenta metros en dos horas. ¿Qué distancia recorre ese caracol en 5 horas?".

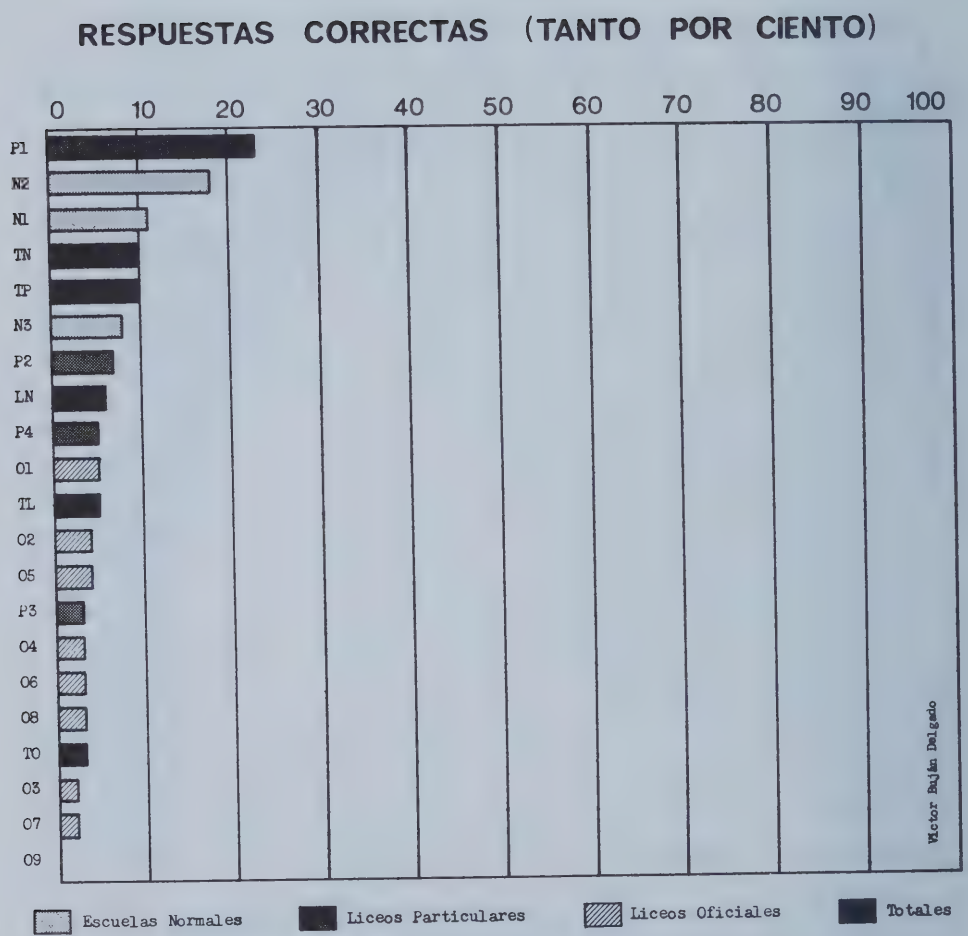


TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 26. Respuestas correctas a la pregunta Nº 26. "Veinte hombres tardan quince días en realizar cierto trabajo. ¿Cuánto habrían tardado cinco hombres en realizar el mismo trabajo?".

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 27. Respuestas correctas a la pregunta Nº 27. "El dueño de un almacén consigue 200 litros de vino para venderlo en botellas de 375 centímetros cúbicos de capacidad. ¿Cuántas botellas llena? ¿Cuánto valen todas esas botellas a ₡ 7,25 cada una?"

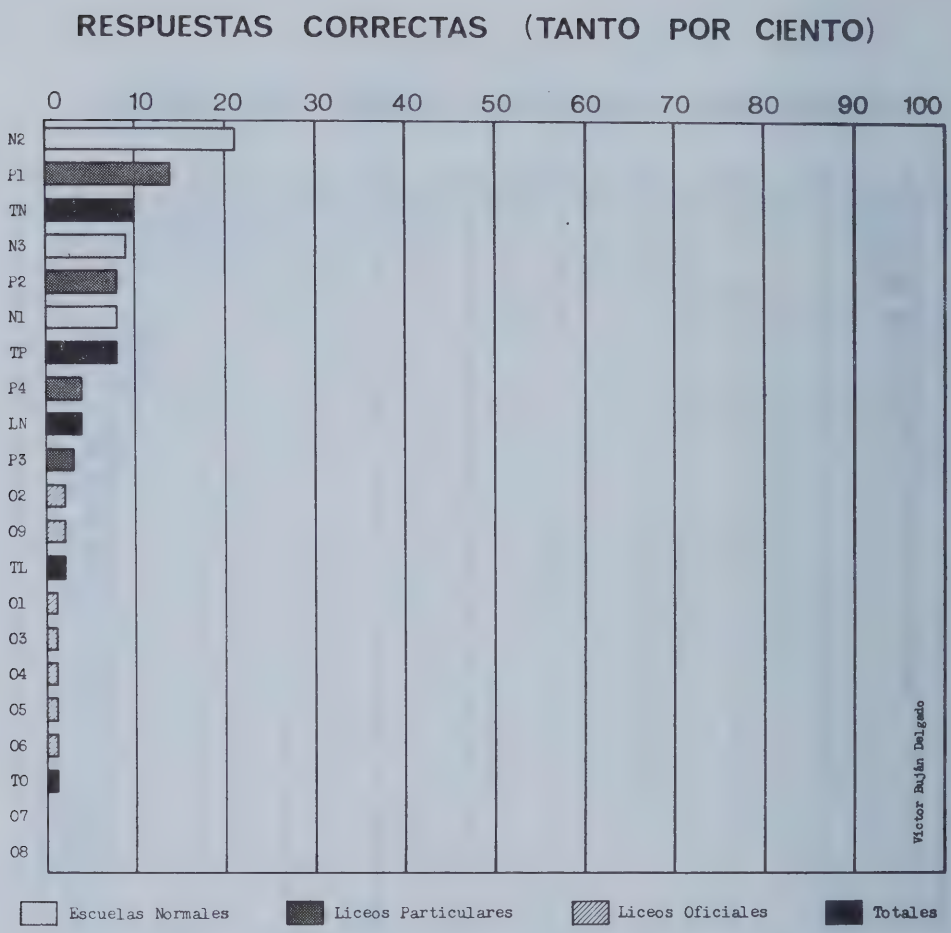


TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1325 alumnos de primer año.

Gráfica 28. Respuestas correctas a la pregunta Nº 28. "Un deportista corre cien metros en 10 segundos. Hallar su velocidad en kilómetros por hora."

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 29. Respuestas correctas a la pregunta Nº 29. "Un tanque contiene 1,4 litros de agua pura. ¿Cuánto pesa el agua contenida en ese tanque?".

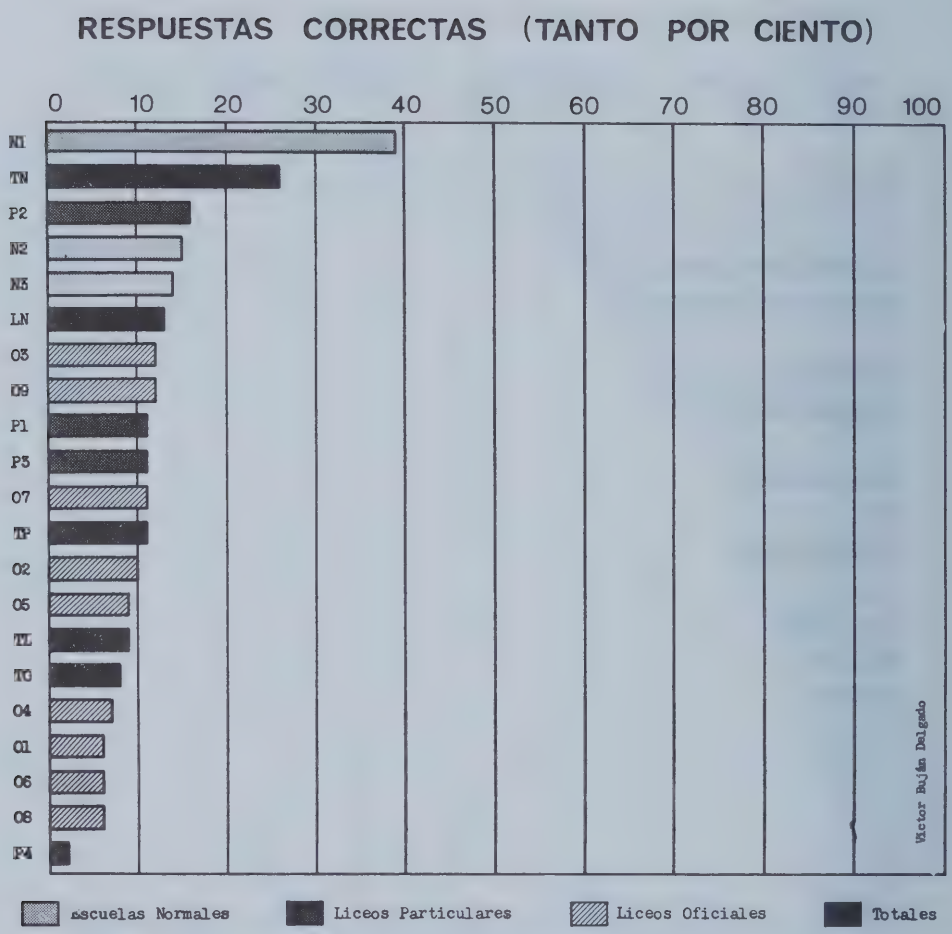


TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 30. Respuestas correctas a la pregunta Nº 30. "Una vara equivale a 0,836 metros. ¿Cuántas varas de longitud tiene un alambre de cien metros?"

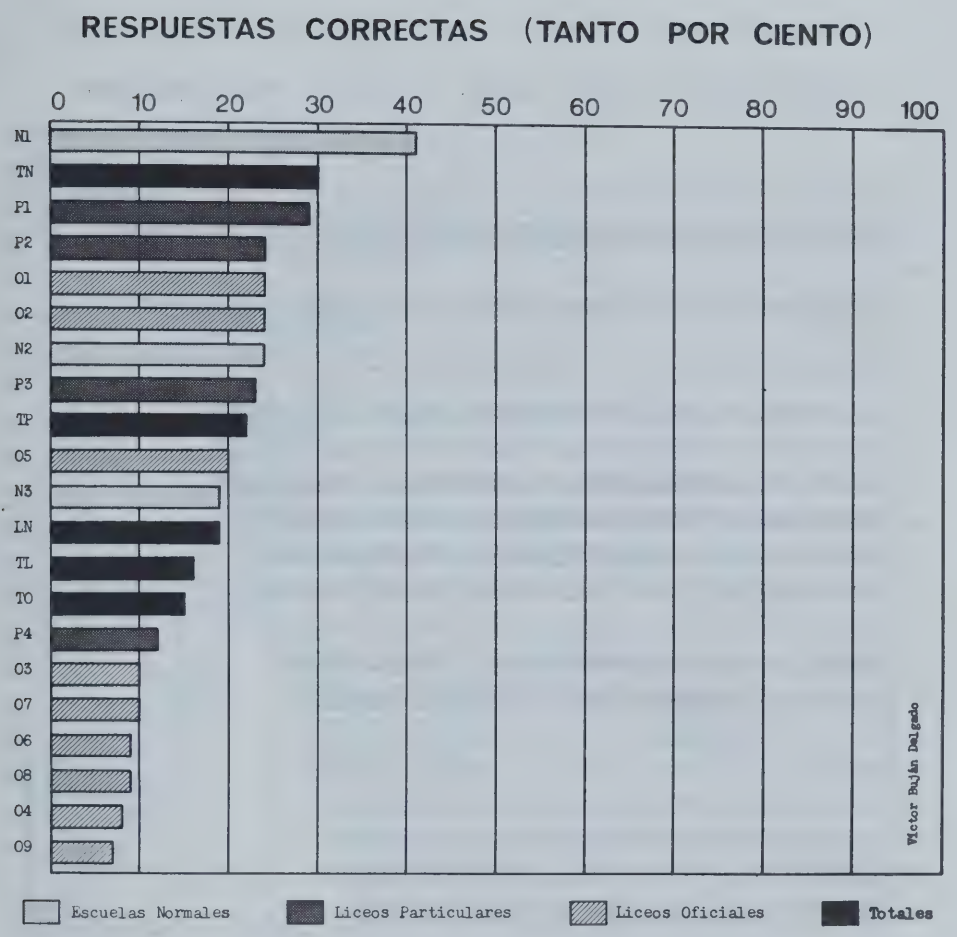
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1325 alumnos de primer año.

Gráfica 31. Respuestas correctas a la pregunta Nº 31: "En una pila hay 80 hectolitros y 500 litros de agua. ¿Cuántos decalitros de agua hay en esa pila?".



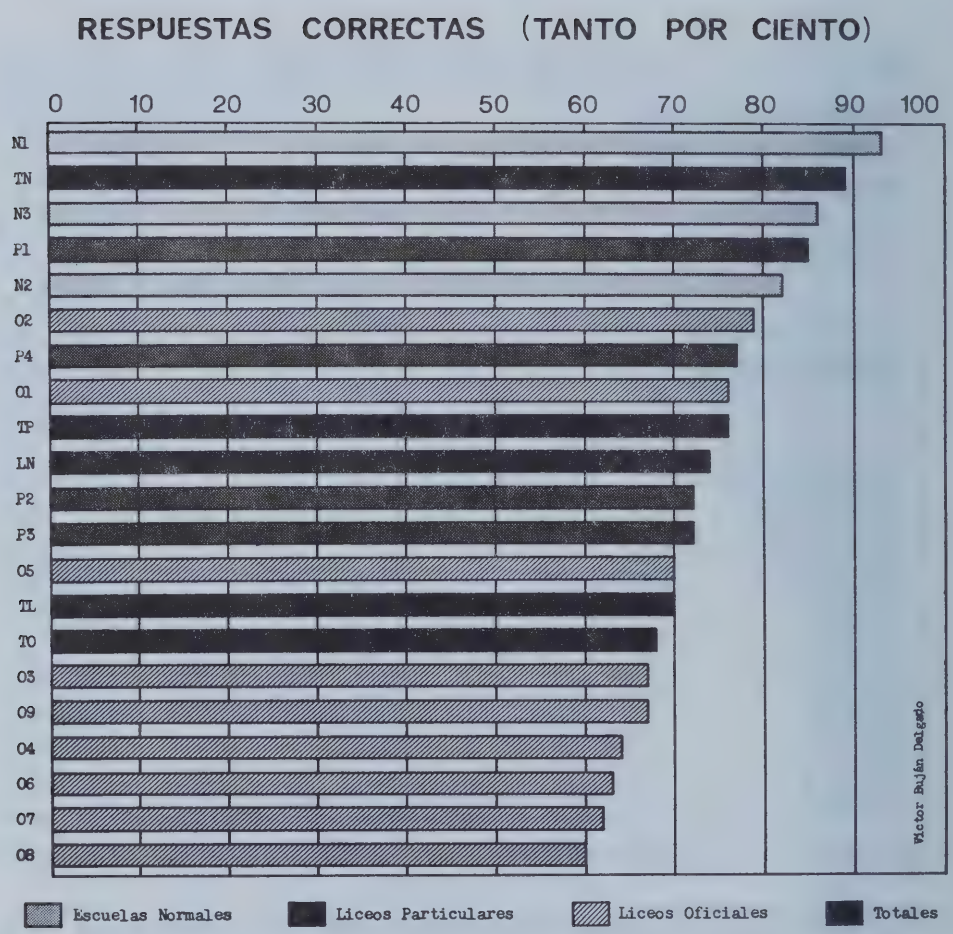
TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 32. Respuestas correctas a la pregunta Nº 32: "Cierta finca tiene una superficie de tres kilómetros cuadrados. ¿Cuántos decámetros cuadrados mide esa finca?".



TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 33. Respuestas correctas a la pregunta Nº 33. "¿Cuántos decímetros cúbicos hay en un metro cúbico?".



TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

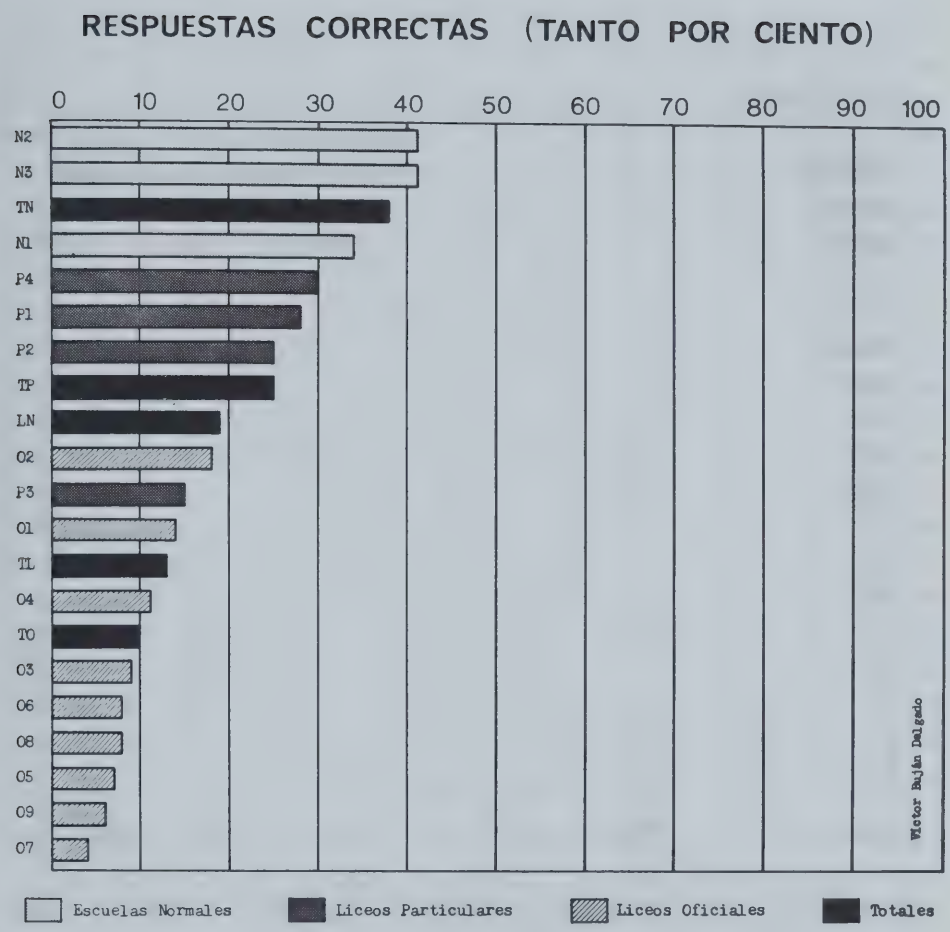
Gráfica 34. Respuestas correctas a la pregunta Nº 34. "¿Cuántos metros hay en un kilómetro?".

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 35. Respuestas correctas a la pregunta Nº 35. "El diámetro de un círculo mide 17 metros. ¿Cuánto mide el radio de ese círculo?".

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 36. Respuestas correctas a la pregunta Nº 36. "El radio de cierto círculo es de diez centímetros. ¿Cuál es el área de ese círculo?".



TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

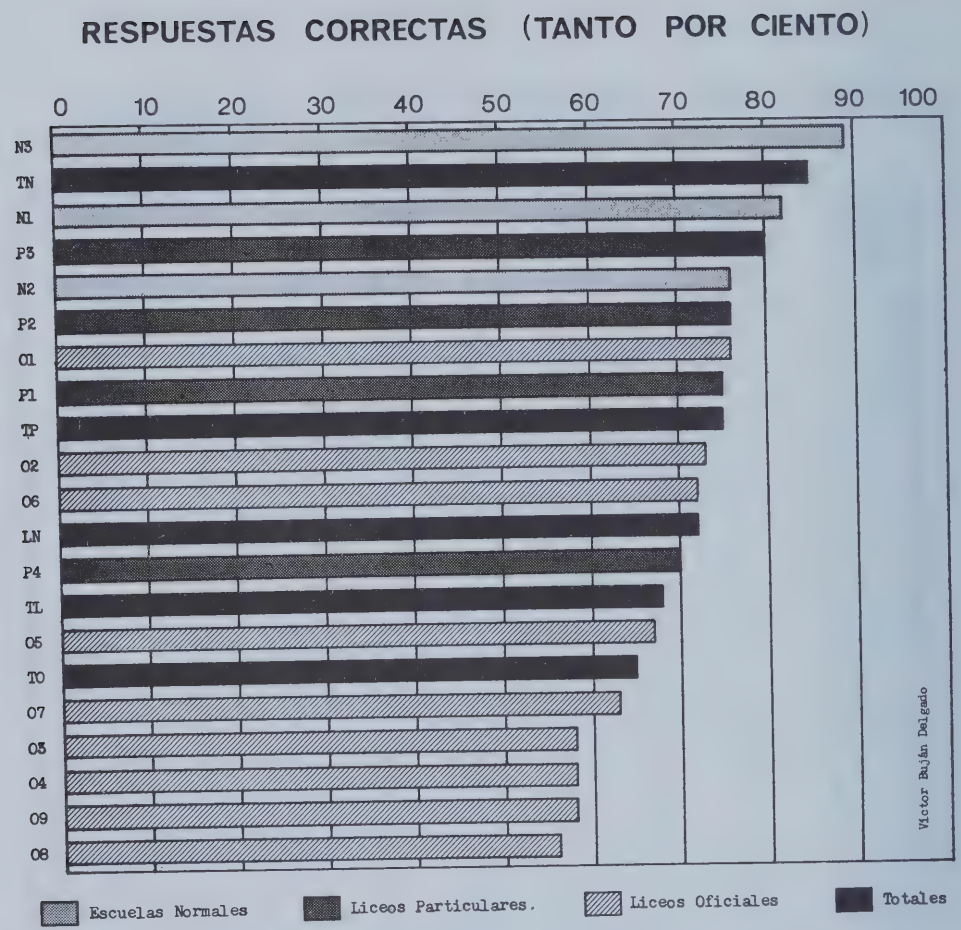
Gráfica 37. Respuestas correctas a la pregunta Nº 37. "La base de un triángulo mide siete metros y su altura 12 metros. Hallar el área de ese triángulo".

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 38. Respuestas correctas a la pregunta Nº 38. "La arista de un cubo de madera mide un centímetro. (a)¿Cuál es el volumen de ese cubo? (b)¿Cuál es el área total de ese cubo?".

TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 39. Respuestas correctas a la pregunta Nº 39. "Un cilindro tiene 6 centímetros de altura. El radio de la base del cilindro mide dos centímetros. Hallar el volumen de ese cilindro".



TN: total en las tres escuelas normales investigadas (primero y segundo año), 503 alumnos.
TP: total en los cuatro liceos particulares investigados, 369 alumnos de primer año.
LN: total en los trece liceos investigados (particulares y oficiales) y las tres escuelas normales, 2195 alumnos.
TL: total en los trece liceos investigados (cuatro particulares y nueve oficiales), 1692 alumnos de primer año.
TO: total en los nueve liceos oficiales investigados, 1323 alumnos de primer año.

Gráfica 40. Respuestas correctas a la pregunta Nº 40. "(a)¿Cuántos lados tiene un hexágono? (b)¿Cuántos lados tiene un pentágono?".

Los cuadros N°29 y N°30 muestran la distribución de los alumnos según el número de respuestas correctas obtenidas. El N°29 permite comparar los resultados obtenidos en el conjunto de los estudiantes de los liceos oficiales, con los resultados obtenidos en el conjunto de los estudiantes de los liceos particulares. O sea, en los conjuntos "TO" y "TP" respectivamente.

El cuadro N°30 permite comparar los resultados obtenidos en el conjunto "TL" con los obtenidos en el conjunto "TN", es decir, el conjunto de 1692 adolescentes de primer año de todos los liceos que participaron en la investigación, y el conjunto de 503 estudiantes de instituciones formadoras de Profesores de Educación Primaria que tomaron parte en la investigación, respectivamente.

Se trata de la distribución de los estudiantes que contestaron la encuesta, según el número de respuestas correctas. Los números de alumnos son relativos, expresados como porcentajes.

CUADRO N° 29

DISTRIBUCION DE LOS ESTUDIANTES DE LOS GRUPOS "TO" Y "TP" (1), SEGUN NUMERO DE RES UESTAS CORRECTAS
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

	GRUPO "TO"		GRUPO "TP"	
N° respuestas correctas	No. de estudiantes (Absolutos)	No. de estudiantes (Relativos)	No. de estudiantes (Absolutos)	No. de estudiantes (relativos)
0	2	0,2	0	0,0
1	13	1,0	0	0,0
2	24	1,8	0	0,0
3	56	4,2	1	0,3
4	80	6,0	17	4,6
5	100	7,6	12	3,2
6	130	9,8	11	3,0
7	152	11,5	19	5,1
8	157	11,9	24	6,5
9	155	11,7	25	6,8
10	80	6,0	28	7,6
11	95	7,2	24	6,5
12	75	5,7	26	7,0
13	53	4,0	31	8,4
14	39	2,9	21	5,7
15	35	2,6	22	6,0
16	19	1,4	14	3,8
17	18	1,4	18	4,9
18	13	1,0	19	5,1
19	8	0,6	8	2,2
20	7	0,5	6	1,6
21	5	0,4	11	3,0
22	3	0,2	5	1,4
23	0	0,0	7	1,9
24	2	0,0	4	1,1
25	1	0,0	4	1,1
26	0	0,0	2	0,5
27	0	0,0	1	0,3
28	0	0,0	2	0,5
29	0	0,0	1	0,3
30	0	0,0	0	0,0
31	0	0,0	1	0,3
32	0	0,0	1	0,3
33	0	0,0	3	0,8
34	0	0,0	1	0,3
35	0	0,0	0	0,0
36	0	0,0	0	0,0
37	0	0,0	0	0,0
38	0	0,0	0	0,0
39	0	0,0	0	0,0
40	0	0,0	0	0,0

(1) El grupo "TO" está constituido por estudiantes de primer año de Educación Media procedentes de los nueve liceos oficiales investigados. Son 1323 estudiantes. El grupo "TP" está constituido por estudiantes de primer año de Educación Media procedentes de los cuatro liceos particulares investigados. Son 369 estudiantes.

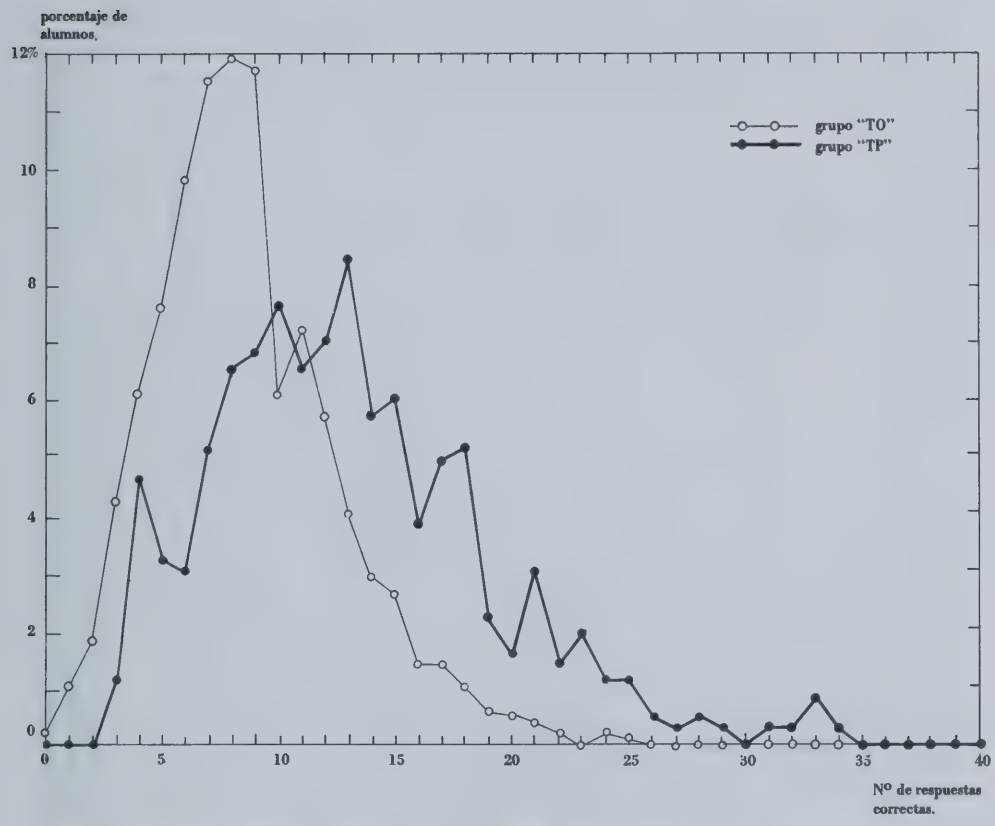
CUADRO Nº 30

DISTRIBUCION DE LOS ESTUDIANTES DE LOS GRUPOS "TL" Y "TN" (1)
SEGUN NUMERO DE RESPUESTAS CORRECTAS
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)
Año de 1970

Nº de respuestas correctas	GRUPO "TL"		GRUPO "TN"	
	No. de estudiantes (Absolutos)	No. de estudiantes (Relativos)	No. de estudiantes (Absolutos)	No. de estudiantes (Relativos)
0	2	0,1	0	0,0
1	13	0,8	0	0,0
2	24	1,4	0	0,0
3	57	3,4	1	0,2
4	97	5,7	0	0,0
5	112	6,6	1	0,2
6	141	8,3	2	0,4
7	171	10,0	7	1,4
8	181	11,0	10	2,0
9	180	10,6	17	3,4
10	108	6,4	23	4,6
11	119	7,0	27	5,4
12	101	6,0	34	6,8
13	84	5,0	33	6,6
14	60	3,6	31	6,2
15	57	3,4	30	6,0
16	33	2,0	39	7,8
17	36	2,1	31	6,2
18	32	1,9	26	5,2
19	16	0,9	32	6,4
20	13	0,8	29	5,8
21	16	0,9	14	2,8
22	8	0,5	25	5,0
23	7	0,4	11	2,2
24	6	0,4	20	4,0
25	6	0,4	12	2,4
26	2	0,1	9	1,8
27	1	0,1	12	2,4
28	2	0,1	7	1,4
29	1	0,1	10	2,0
30	0	0,0	3	0,6
31	1	0,1	2	0,4
32	1	0,1	0	0,0
33	3	0,2	2	0,4
34	1	0,1	0	0,0
35	0	0,0	0	0,0
36	0	0,0	1	0,2
37	0	0,0	0	0,0
38	0	0,0	0	0,0
39	0	0,0	0	0,0
40	0	0,0	0	0,0

(1) El grupo "TL" está constituido por los estudiantes de primer año de Educación Media, procedentes de los nueve liceos oficiales y los cuatro liceos particulares investigados. Son 1692 estudiantes. El grupo "TN" está constituido por los estudiantes de las tres escuelas normales investigadas. Son 503 estudiantes.

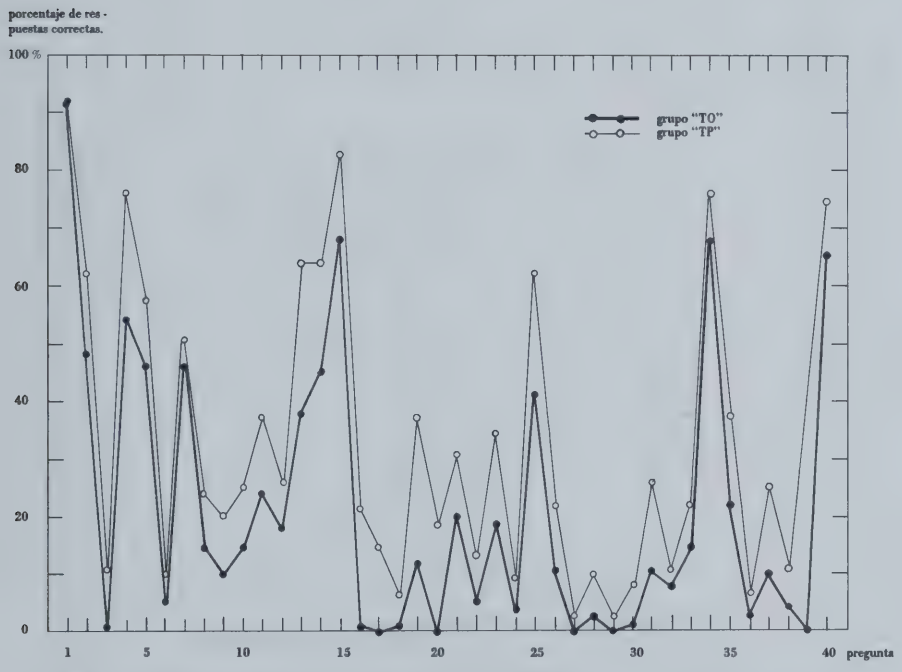
Los gráficos 41 y 42 presentan la misma información que la contenida en los cuadros 29 y 30 respectivamente. Muestran sólo cifras relativas expresadas en porcentajes.



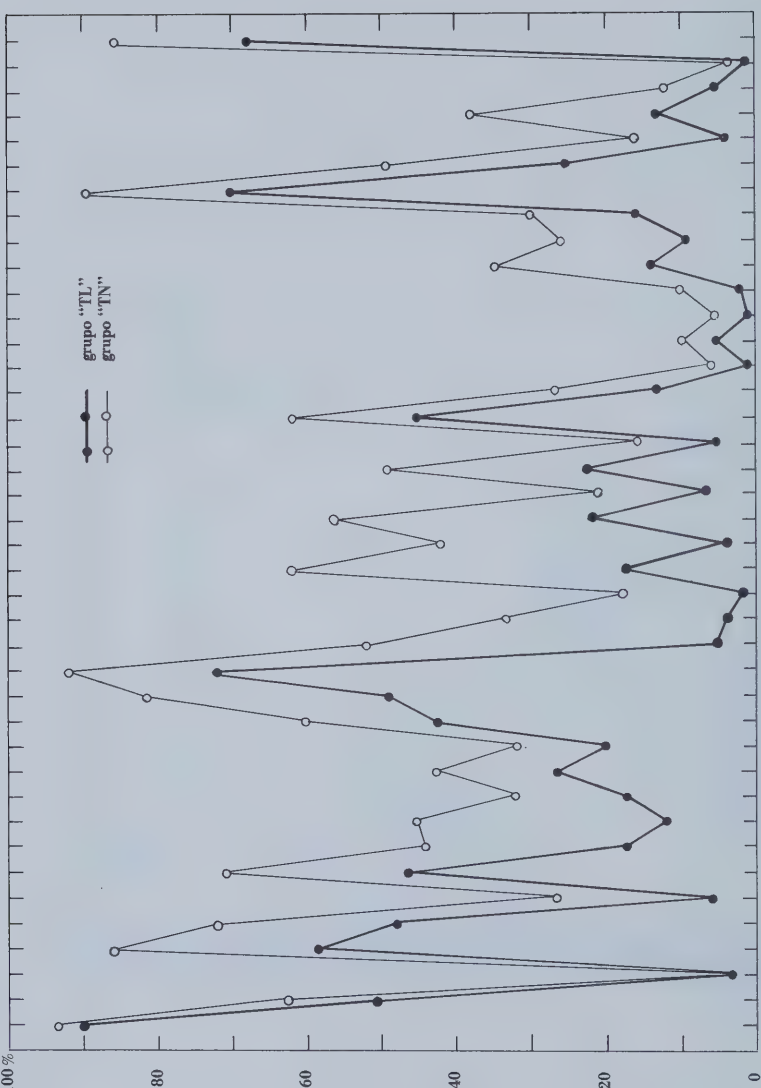
Gráfica 41. Distribución de los estudiantes de los grupos "TO" y "TP" según el número de respuestas correctas.
El grupo "TO" está constituído por estudiantes de primer año de educación media procedentes de los nueve liceos oficiales investigados. Son 1323 estudiantes. El grupo "TP" está constituído por estudiantes de primer año de educación media procedentes de los cuatro liceos particulares investigados. Son 369 estudiantes.

Gráfica 42. Distribución de los estudiantes de los grupos "TL" y "TN" según el número de respuestas correctas.
El grupo "TL" está constituido por los estudiantes de primer año de educación media, procedentes de los nueve liceos oficiales y los cuatro liceos particulares investigados. Son 1692 estudiantes. El grupo "TN" está constituido por los estudiantes de las tres escuelas normales investigadas. Son 503 estudiantes.

Los gráficos 43 y 44 comparan de otra manera los resultados de los grupos TO con TP y TL con TN, respectivamente. Aquí se trata de los resultados obtenidos en cada una de las preguntas 1, 2, 3,...,40 de la prueba. Los números son relativos (tanto por ciento). Esta información procede de los cuadros 24, 25, 26 y 27.



Gráfica 43. Respuestas correctas por preguntas en los grupos "TO" y "TP". En porcentajes.
El grupo "TO" está constituído por estudiantes de primer año de educación media procedentes de los nueve liceos oficiales investigados. Son 1323 estudiantes. El grupo "TP" está constituído por estudiantes de primer año de educación media procedentes de los cuatro liceos particulares investigados. Son 369 estudiantes.



Gráfica 44. Respuestas correctas por pregunta en los grupos "TL" y "TN". En porcentajes.
El grupo "TL" está constituido por los estudiantes de educación media de primer año, procedentes de los nueve liceos oficiales y los cuatro liceos particulares investigados. Son 1692 estudiantes. El grupo "TN" está constituido por los estudiantes de las tres escuelas normales investigadas. Son 503 estudiantes.

El cuadro Nº31 muestras las medidas de tendencia central, media ("media aritmética" o "promedio aritmético" o simplemente "promedio"), mediana y moda, en cada una de las instituciones investigadas y en los grupos TO, TP, TL, TN y LN.

CUADRO Nº 31

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL: MEDIA (1), MEDIANA y MODA, EN CADA UNA DE LAS INSTITUCIONES INVESTIGADAS Y EN LOS GRUPOS "TO", "TL", "TN" y "LN" (2)
Año de 1970

Institución	Media aritmética	Mediana	Moda
01	10,7	10	8
02	10,9	10	9
03	8,7	9	9
04	8,6	9	9 y 11
05	8,2	8	9
06	8,6	8	7
07	7,8	7	8
08	7,0	7	6
09	15,8	7	6
P 1	13,3	15	14
P 2	10,6	13	10 y 13
P 3	11,6	11	12
P 4	18,5	11	9
N 1	18,0	18	16
N 2	15,0	17	17
N 3	8,6	16	16
TO	13,1	8	8
TP	9,6	12	13
LT	17,0	9	8
TN	11,2	16	16
LN	11,2	10	9

(1) La media es la "media aritmética" o simplemente "promedio".

(2) Grupo TO: 1323 estudiantes de primer año de liceos oficiales.
Grupo TP: 369 estudiantes de primer año de liceos oficiales.
Grupo TL: 1692 estudiantes de liceos oficiales y particulares.
Grupo TN: 503 estudiantes de instituciones formadoras de profesores de Educación primaria.
Grupo LN: 2195 estudiantes de liceos oficiales y particulares, y de escuelas normales.

El cuadro Nº32 muestra la "media aritmética", la "desviación estandar" (del inglés "standard deviation") y los demás datos necesarios para analizar las diferencias entre los resultados obtenidos en los grupos TO, TP, TL, TN y LN.

CUADRO Nº 32

DATOS NECESARIOS PARA EL ANALISIS ESTADISTICO DE LAS DIFERENCIAS DE RENDIMIENTO ENTRE LOS GRUPOS TO, TP, TL, TN, LN

Año de 1970

	GRUPO				
	TO	TP	TL	TN	LN
$\bar{x}$ (1)	8,64	13,09	9,62	16,96	11,29
σ (2)	3,93	5,90	4,82	5,60	5,82
$\hat{S}$ (3)	0,11	0,31	0,12	0,25	0,12
$1{,}96 \cdot \hat{S}$ (4)	0,22	0,61	0,23	0,49	0,23
$\bar{x} + 1{,}96 \cdot \hat{S}$ (5)	8,86	13,70	9,85	17,45	11,52
$\bar{x} - 1{,}96 \cdot \hat{S}$ (6)	8,42	12,48	9,39	16,47	11,06
$2{,}58 \cdot \hat{S}$ (7)	0,28	0,79	0,31	0,64	0,31
$\bar{x} + 2{,}58 \cdot \hat{S}$ (8)	8,92	13,88	9,93	17,60	11,60
$\bar{x} - 2{,}58 \cdot \hat{S}$ (9)	8,36	12,30	9,31	16,32	10,98

(1) Media aritmética del grupo.
(2) Desviación estandar en el grupo.
(3) "Desviación estandar de la media del grupo" o "desviación estandar del promedio del grupo" ("standar error of the mean").
(4) Rango para una confiabilidad del 95% (o sea, para un nivel de 5 % de error).
(5) (6), (8) y (9) límites de confianza.
(7) Rango para una confiabilidad del 99% (o sea, para un nivel de 1 % de error).

El cuadro Nº33 permite comparar los resultados obtenidos con el mismo cuestionario de cuarenta preguntas, en la misma institución P1, en los años 1963, 1969 y 1970.

CUADRO No. 33

RESPUESTAS CORRECTAS POR PREGUNTA EN EL LICEO PI,
EN LOS AÑOS 1963, 1969 y 1970
Cifras: Absolutas y relativas (tanto por ciento)

	1963		1969		1970	
Pregunta número	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos	números absolutos	números relativos
1	117	90,1	92	86,8	87	93,5
2	108	83,2	63	59,4	58	62,4
3	30	23,1	23	21,7	20	21,5
4	107	82,4	83	78,3	72	76,9
5	106	81,6	70	66,0	59	63,4
6	40	30,8	29	27,3	14	15,0
7	102	78,5	63	59,4	50	53,8
8	82	63,1	43	40,5	31	33,3
9	84	64,7	36	33,9	35	37,6
10	91	70,1	41	38,2	19	19,9
11	83	63,9	46	42,9	32	33,9
12	93	71,6	39	35,8	22	23,1
13	114	87,8	64	60,4	57	61,3
14	101	77,8	79	74,5	73	78,5
15	100	77,0	57	53,3	75	80,6
16	47	36,2	18	17,0	24	25,8
17	34	26,2	14	13,2	20	21,5
18	20	15,4	9	8,5	13	14,0
19	65	50,0	51	48,1	49	52,7
20	48	37,0	21	19,8	28	30,1
21	70	53,9	39	36,8	44	47,3
22	35	27,0	10	9,4	23	24,7
23	85	65,4	37	34,9	58	62,4
24	40	30,8	18	17,0	13	14,0
25	85	65,4	73	68,8	72	77,4
26	54	41,6	38	35,8	33	34,9
27	10	7,7	6	5,2	9	9,1
28	20	15,4	21	19,8	21	22,6
29	15	11,6	10	9,4	4	4,3
30	49	37,7	18	17,0	13	14,0
31	61	47,0	38	35,8	31	33,3
32	35	27,0	18	17,0	11	11,3
33	35	27,0	29	27,3	27	29,0
34	116	89,3	82	77,3	79	84,9
35	79	60,8	54	50,9	41	43,5
36	25	19,2	24	22,6	10	10,8
37	63	48,5	35	33,0	27	28,5
38	10	7,7	17	15,6	18	19,4
39	22	16,9	11	10,4	7	7,0
40	54	41,6	66	61,8	70	74,7

Nota: En liceo "PI", en 1963 el número de alumnos examinados fue 130, la media 20, 1; la mediana 19 y la moda 17. En 1969: número de alumnos examinados 106; media 15,1; mediana 16 y moda 20. En 1970: número de alumnos examinados 93; media 15,7 mediana 14,5 y moda. 14.

El cuadro Nº34 muestra el lugar ocupado por el liceo P1 entre todos los liceos de Costa Rica, en cuanto al rendimiento académico en el Examen de Admisión de los alumnos que solicitan ingreso a la Universidad de Costa Rica. El Instituto de Investigaciones Psicológicas de la Universidad de Costa Rica publica casi todos los años un folleto titulado "Los Estudiantes y el Examen de Admisión". En esta publicación, el Instituto difunde información extraída de la prueba de aptitud académica a que se someten los estudiantes de último año de Bachillerato que aspiran a ingresar a la Universidad de Costa Rica. El folleto citado trae un cuadro estadístico, el "Cuadro I", que se ha titulado "Promedios obtenidos por los estudiantes de los respectivos colegios de Segunda Enseñanza del país en el Examen de Admisión" (en 1964); "Comparación de los promedios obtenidos por los estudiantes de los diversos colegios de Enseñanza Media del país en función del Examen de Admisión de 1966" (en 1967); "Clasificación de los colegios según su población total" (en 1969); "Admisión, rangos y promedios para colegios de enseñanza media, (año académico 1971)" (en 1971).

El citado "Cuadro I" es una lista de los colegios de Educación Media cuyos estudiantes de quinto año se han presentado al Examen de Admisión de la Universidad de Costa Rica. Aparecen ahí los liceos dispuestos en orden descendente según el promedio de las "Notas de Admisión (1) obtenidas por sus alumnos. Un ejemplo: en el Cuadro I de la publicación "Los Estudiantes y el Examen de Admisión" de 1971, encontramos que el liceo que en el presente trabajo ha sido llamado P1 aparece en el tercer lugar ("rango 3", según el cuadro I) con una Nota de Admisión promedio de 75,14. La mayor nota de Admisión promedio alcanzada en ese año fue 78,15. El número de liceos con estudiantes que se presentaron al Examen de Admisión en ese año fue 101.

CUADRO Nº 34

RANGO DEL LICEO "P1" ENTRE LOS LICEOS DE TODO EL PAIS, EN CUANTO AL RENDIMIENTO ACADEMICO Y SEGUN LA "NOTA DE ADMISION" (1) A LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

AÑO	RANGO	NUMERO DE LICEOS	X DE P1	X Máxima alcanzada en ese año
1964	5	58	64,00	85,00
1966	1	67	68,31	68,31
1968	2	79	72,98	73,80
1969	2	86	74,12	77,67
1970	3	93	78,40	79,35
1971	3	101	75,14	78,15

(1) La "Nota de Admisión ...corresponde a una combinación de la Nota del Test de Aptitud Académica con la Nota Promedio del Bachillerato". Instituto de Investigaciones Psicológicas. "El Estudiante y el Examen de Admisión". 1969, pág.3.

---

(1) "Se recuerda que la Nota de Admisión corresponde a una combinación de la nota del Test de Aptitud Académica con la Nota Promedio del Bachillerato". I.I.P. "Los Estudiantes y el Examen de Admisión", 1969, pág.3.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y RESUMEN

Conclusiones

1. Los números de aciertos obtenidos en cada pregunta en el conjunto TL, o sea, el conjunto de 1692 (mil seiscientos noventa y dos) estudiantes, de primer año de Enseñanza Secundaria que tomaron parte en la investigación, son sumamente bajos.

   Debe tenerse presente que:

   a) Las preguntas que se plantean al estudiante en la prueba empleada proceden, en su gran mayoría, de diarios de maestras de Escuela Primaria. Se evitó cuidadosamente que en la encuesta aparecieran preguntas o problemas rebuscados o difíciles.
   Las preguntas 24, 27 y 28 fueron tomadas del artículo del Doctor Santiago Hernández Ruiz, que se cita en la página

   b) 16 (dieciséis) de las 40 (cuarenta) preguntas de la prueba *no requieren que el estudiante efectúe absolutamente ninguna operación aritmética.*
   Estas 16 preguntas son, según puede comprobarse fácilmete, las números: 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 23, 29, 33, 34, 38 y 40.
   O sea, que el 40% de las preguntas planteadas no requieren la relización de operación alguna.

   c) Solamente 6 (seis) preguntas de la encuesta fueron contestadas correctamente por el 50% ó más de los 1692 jóvenes que participaron en la investigación.
   En otras palabras: únicamente el 15% de las preguntas fue contestado correctamente por el 50%ó más, en el grupo TL.

d) Este resultado fue obtenido con una muestra compuesta por adolescentes que realizaron sus estudios primarios en condiciones excepcionalmente favorables y cómodas, en comparación con las condiciones imperantes en la escuela primaria nacional, considerada globalmente.
Se trata de estudiantes que proceden, en su gran mayoría, de escuelas situadas en zonas urbanas, de índices de incomodidad e insalubridad cero. Además, proceden de escuelas "grandes", o sea, "de diez o más maestros".
Las ventajas de las escuelas de zonas urbanas con respecto a las rurales, el significado de incomodidad e insalubridad, el concepto de "escuela grande" y sus ventajas, se explican ampliamente en las páginas y siguientes.
O sea, que el número de respuestas correctas en cada pregunta habría sido muy probablemente mucho menor si el conjunto de los estudiantes hubiese sido el de la totalidad de los estudiantes de primer año de Educación Secundaria de Costa Rica en 1970.
Teniendo presentes los resultados de la investigación, ver Capítulo V, un citerio a la luz del cual puede afirmarse que la preparación que estos 1692 jóvenes recibieron de la Escuela Primaria en Matemática no es eficiente, lo proporciona un examen de los programas de Matemática para la primaria, vigentes en el año 1970. Estos programas pueden encontrarse en el Apéndice II. Según ellos, todos los estudiantes de primer año examinados debían estar en capacidad de contestar correctamente todas y cada una de las preguntas de la encuesta.
Un segundo criterio para sostener la deficiencia citada, lo proporcionan las opiniones de educadores y funcionarios del Ministerio de Educación Pública, acerca de si un estudiante regular de primer año secundario debería o no estar capacitado para dar respuesta correcta a todas y cada una de las cuarenta preguntas de la prueba. En el Apéndice III encontramos juicios emitidos por personas con autoridad académica y profesional para establecer si un estudiante costarricense de primer año debe o no estar preparado para contestar correctamente todas las preguntas de la encuesta.
En el Apéndice III se encuetran varios documentos en los cuales opinan que la prueba debe poder ser contestada correctamente en su totalidad por los examinados en cuestión, las siguientes personas:

1. El Profesor Titular de la Cátedra de Matemática en la Escuela Primaria de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica.
2. La Profesora de Matemática de la Escuela Normal de Heredia.
3. Un Profesor de Matemática de la Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica. Actualmente tiene a su cargo la Cátedra de "Matemática para la Educación Primaria, ED–312".
4. El señor Asesor de Matemática de Educación Primaria, Ministerio de Educación Pública.
5. El señor Asesor de Matemática de Educación Media, Ministerio de Educación Pública.
6. El señor Director del Departamento de Matemática de la Universidad de Costa Rica.
7. El señor Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Costa Rica.

8. El señor Decano de la Facultad de Medicina de la Universidad de Costa Rica.
9. El señor Ex–Ministro de Educación Pública y Miembro del Consejo Superior de Educación.

2. Los números de aciertos obtenidos en cada pregunta en el grupo TN, o sea, el conjunto de 503 (quinientos tres) estudiantes, candidatos al título de Profesor de Educación Primaria, son sumamente bajos.
26 preguntas fueron contestadas correctamente por el 50% o más de los miembros de este grupo. O sea, que 14 preguntas, el 35% fueron contestadas incorrectamente por el 50% o más de los examinados.
Solamente 11 preguntas, el 27,5% del total de las preguntas de la encuesta, fue contestado correctamente por el 75% o mas de los normalistas examinados.
Debe tenerse presente que las personas que componen el grupo TN, seis meses después de realizada esta encuesta (en el caso de los normalistas de segundo año examinados; aproximadamente año y medio después, en el caso de los normalistas de primer año) iban a convertirse en maestros de Primaria activos, encargados de la formación matemática de los niños de la Escuela Primaria de Costa Rica.
Un examen de los resultados expuestos en los cuadros 27, 30 y 31 y en los gráficos del número 1 al número 40, permite comprobar que la preparación del maestro de Educación Primaria costarricense, por lo que a los tópicos de Matemática investigados se refiere, es deficiente.

3. El examen de los cuadros 26 y 27, y del gráfico 44, permite comprobar que las preguntas que resultaron más difíciles a los miembros del grupo TL son también las que resultaron más difíciles para el grupo TN.
Las preguntas más fáciles en el grupo TL, o sea, las que tuvieran mayor número de respuestas correctas, son también las más fáciles en el grupo TN.
En otras palabras, las dificultades, en los tópicos de Matemática estudiados, son las mismas en el caso del adolescente que cursa el primer año de la Educación Media que en el caso de la persona que se encuentra estudiando la carrera de Profesor de Educación Primaria.
Esto parece indicar que la ignorancia del niño en cuanto a la contestación de las preguntas difíciles es atribuible a ignorancia de quien lo instruye.

4. Existe una diferencia significativa entre los resultados obtenidos en el grupo TO (1323 alumnos de primer año de liceos oficiales) y los obtenidos en el grupo TP (369 alumnos de primer año de liceos particulares).
Si realizamos un análisis estadístico de los rendimientos obtenidos en el grupo de estudiantes de liceos oficiales y en el grupo de estudiantes de liceos privados, encontraremos que el rendimiento del grupo de jóvenes de colegios particulares es superior.
Examinemos las hipótesis H_1 y H_2 siguientes:

H_1 (hipótesis básica): no existe diferencia entre el rendimiento del grupo TO y el rendimiento del grupo TP.

H_2 (hipótesis alterna): existe diferencia entre el rendimiento del grupo TO y el rendimiento del grupo TP.

Vease el cuadro número 32.

No teniendo puntos comunes el intervalo correspondiente a los liceos oficiales y el intervalo correspondiente a los liceos particulares, puede afirmarse con una probabilidad del 99% (o sea, a un nivel de 1% de error) que podemos aceptar la hipótesis alterna H_2 y desechar la hipótesis básica H_1. Se concluye así que existe diferencia significativa entre los dos tipos de liceos investigados. Los cuadros 24, 25 y 27 muestran además que la ventaja del grupo TN de los candidatos a Profesores de Educación Primaria sobre el grupo TP de los adolescentes de primer año de los liceos particulares, es menor que la ventaja del grupo TP sobre el grupo TO de los estudiantes de primer año de liceos oficiales.
De modo que uno de los resultados de esta investigación es que la misma muestra una estratificación de la población estudiantil de primer año de la Educación Media. El rendimiento de los liceos privados es superior al de los liceos oficiales.

5. En este trabajo se presenta el rendimiento obtenido con la misma prueba de las mismas cuarenta preguntas, en los primeros años del liceo P1 en tres años diferentes. Se trata de los años 1963, 1969 y 1970.
El cuadro Nº33 muestra los resultados obtenidos con el cuestionario de la presente investigación, en los primeros años del liceo P1 en los años citados. El cuadro 34 muestra que el liceo P1 es uno de los mejores del país en cuanto se refiere a la preparación académica que brinda a sus alumnos. El cuadro 33 muestra que los números de aciertos en cada una de las preguntas de la prueba, va siendo menor a medida que pasan los años.
El cuadro 35 muestra que el costo del alumno de primaria costarricense creció de 1955 a 1970. El costo del alumno de primaria de 1960 era el 46,3% del costo del alumno de primaria de 1970. El costo del estudiante de primaria de 1955 era el 69,9% del costo del estudiante de primaria de 1960 y el 32,4% del costo del estudiante de primaria de 1970 (1).

CUADRO Nº 35

COSTO DEL ESTUDIANTE DE ESCUELA PRIMARIA COSTARRICENSE EN LOS AÑOS 1955, 1960 y 1970 (1)

AÑO	COSTO POR ALUMNO EN COLONES
1955	237,30
1960	319,53
1970	690,00

(1) Fuente: Documento presentado a la comisión del Poder Ejecutivo y la Universidad por los Licenciados Eduardo Lizano y Oscar Arias Sánchez. La Nación, jueves 9 de setiembre de 1971. La información que se presenta aquí fue tomada del "Cuadro Nº . Indices Educativos de la Enseñanza Primaria y Media, Oficial y Particular; 1955, 1960 y 1970" del documento citado.

Además de la información sobre el costo progresivo del alumno de escuela primaria entre 1955 y 1970 proporcionada por el cuadro 35, deben tenerse presente datos como los siguientes:

> "El presupuesto de la República para el año de 1971 es de ₡1,041,000,000.00 (mil cuarenta y un millones de colones) de los cuales ₡250,810,160.00 (doscientos cincuenta millones ochocientos diez mil ciento sesenta colones) o sea, el 24 % es destinado al Ministerio de Educación " (2).

El costo progresivo del estudiante de primaria costarricense y su rendimiento descendente en el aspecto académico aquí analizado representa un grave derroche de recursos económicos y humanos.

6. Los resultados de este trabajo sugieren que en nuestro país se está produciendo una duplicación de esfuerzos que representa serias pérdidas en recursos económicos y humanos.
   Para poner solamente dos ejemplos, si al examinar la muestra estudiada en esta tesis encontramos que menos del 10% de los estudiantes de primer año de Educación Media pueden dividir correctamente un décimo entre un centésimo, —ver gráfico Nº6—, (lo cual significa que *mucho menos* del 10% de todos los estudiantes de primer año del país, en 1970, podían efectuar correctamente dicha operación), y que menos del 50% saben si 2/8 es mayor que 2/9 o si es 2/9 el que es mayor que 2/8, —ver gráfico Nº14—. En consecuencia, estas destrezas y conocimientos deben ser impartidos por la Educación Media, nivel que queda obligado a dedicar tiempo y esfuerzos a llevar a cabo una labor que le corresponde realizar a la Escuela Primaria.

Recomendaciones

En vista de los resultados obtenidos se recomienda:

1. Al Ministerio de Educación Pública llevar a cabo una revisión del plan de preparación de maestros.

2. Que se establezca un número mayor de categorías para los docentes del primero y segundos ciclos. Debería haber mayor diferencia entre la remuneración que recibe el maestro graduado y sin más estudios, y la de aquel que sigue perfeccionándose, estudiando, ganado créditos universitarios, etc.

3. Que se realice una inspección constante y frecuente de la tarea del maestro, por parte de funcionarios del Ministerio de Educación Pública de sólida preparación en matemática y en materia de didáctica de la matemática.

4. Se recomienda a la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica que dé amplia difusión de información acerca de la existencia de carreras como el "Bachillerato en Educación Primaria con énfasis en Matemática".

5. Al docente se le recomienda informarse sobre los eficaces y agradables recursos didácticos disponibles hoy en día para la enseñanza del tópico "números racionales". Este tema, de vital importancia en el aprendizaje de la matemática, es uno de los puntos más débiles de la formación matematica del niño costarricense.

NOTAS

(1) Del documento presentado a la comisión del Poder Ejecutivo y la Universidad por los doctores Eduardo Lizano y Oscar Arias Sánchez. La Nación, jueves 9 de setiembre de 1971.

(2) Dr. Sherman Thomas, en "La Nación" del viernes 5 de febrero de 1971.

APENDICE Nº1

PROGRAMAS DE EDUCACION PRIMARIA MATEMATICA VIGENTES EN EL AÑO 1970

I GRADO

a) La cantidad; más, menos, igual, menor, mayor. Concepto de uno, de decena, de docena.
b) Contar.
c) Práctica de las cuatro operaciones fundamentales en el círculo de 1 a 20.
d) El colón; sus múltiplos y fracciones.
e) Concepto de medio, cuarto, décimo.
f) Relación de mes, semana, día.
g) Signos; más, menos, por, dividido, igual, colones.
h) Ejercicios de medición; metros y decímetros.
i) Observación de figuras geométricas; cubo y prismas rectos.

II GRADO

a) La centena.
b) Contar; de uno en uno, de dos en dos; de cinco en cinco.
c) Práctica de las cuatro operaciones fundamentales en el círculo de 1 a 100.
d) Todos los posibles ejercicios de multiplicación de dígitos hasta 45.
e) Observaciones y aplicaciones prácticas de metro, decámetro, hectómetro, decímetro, centímetro.
f) El colón y el céntimo.
g) Conceptos de tercio y quinto.
h) Escritura de enteros hasta 100, decimales hasta centésimos, quebrados 1/2, cuartos y quintos.
i) El año, el mes, la semana, el día, la hora, el minuto.

j) El reloj.
k) Números romanos hasta XII.
l) Figuras geométricas: cubo y prismas rectos. El cuadrado y el rectángulo, mediciones, perímetros.
m) Líneas: horizontales, verticales, inclinadas; parelelas, oblícuas, perpendiculares.
n) La plomada y el nivel; observaciones.

III GRADO

a) La unidad de millar.
b) Lectura, escritura y análisis de cantidades hasta mil.
c) Las cuatro operaciones fundamentales en el círculo de 1 a 1000; divisor de una cifra.
d) Todos los posibles ejercicios de multiplicación de dígitos.
e) El metro; sus múltiplos y submúltiplos.
El metro, decámetro y decímetro cuadrados.
El litro, decalitro, hectolitro, decilitro y centilitro.
El gramo, decagramo, hectogramo, kilogramo; decigramo y centigramo.
f) Relación de litros y botellas. Cuartillos, cajuelas y fanegas.
g) Lectura, escritura, análisis y suma y resta de decimales hasta milésimos. Iniciación de la multiplicación con decimales y la división con decimales en el dividendo.
h) Quebrados con denominador de una cifra; medios, tercios, cuartos, quintos, octavos; ejercicios.
i) Observación de prismas. Cuadriláteros y polígonos regulares.
Triángulo; sus lados y sus ángulos.
Líneas perpendiculares y oblícuas; ángulos rectos, agudos, obtusos.
La circunferencia como curva cerrada y el círculo.
j) El nivel, la escuadra, la plomada; su uso.

IV GRADO

a) Decenas de millar; lectura, escritura y análisis de cantidades
b) Las cuatro operaciones fundamentales en el círculo de 1 a 10000. Divisores de dos cifras.
c) El metro, el litro y el gramo, múltiplos y submúltiplos.
El metro, decámetro, hectómetro y decímetro cuadrados.
d) Ejercicios prácticos con reducciones de varas, yardas; quintales, libras.
e) Resolución de problemas sencillos de tanto por ciento, descuento y regla de tres.
f) Suma, resta y multiplicación con decimales hasta milésimos en el resultado.
g) Ejercicios variados con las fracciones comunes y conocidas.
h) Observación de prismas, Areas de los cuadriláteros y triángulos.
La circunferencia, el círculo, el diámetro, el radio.
i) Uso del compás y el transportador

V GRADO

a) Centenas de millar. Lectura, escritura y análisis de cantidades.
b) Las cuatro operaciones fundamentales en el círculo de 1 a 100000.
c) Medidas de longitud, de superficie, de capacidad, de peso.

d) Concepto de volumen y capacidad.
e) Práctica de las cuatro operaciones fundamentales con decimales.
f) Equivalencias entre fracciones comunes y decimales. Ampliación y simplificación de quebrados. Suma y resta de quebrados con igual denominador.
g) Los números complejos más usuales. Ejercicios de reducción, suma y resta.
h) Práctica de repartimientos proporcionales.
i) Documentos comerciales.
j) Monedas extranjeras. Estudio del cuadro de tipo de cambio oficial; ejercicios.
k) Prismas. Areas de cuadriláteros, triángulos, polígonos regulares. El círculo.

VI GRADO

a) Lectura, escritura y análisis de cantidades con enteros y decimales.
b) Las cuatro operaciones fundamentales.
c) El sistema métrico decimal. Relación entre medidas de peso, capacidad y volumen.
d) Operaciones sencillas con fracciones comunes.
e) Ejercicios con monedas extranjeras, relacionados con la importación y exportación.
f) Ejercicios prácticos con facturas, presupuestos e inventarios.
g) Uso de la escala en planos sencillos.
h) Areas y volumen del cubo, los prismas rectos y el cilindro.
Observaciones de conos, pirámides, sus troncos y la esfera.
El círculo y sus partes.

Este programa de matemática fue tomado de la publicación "Fines, Planes y Contenidos para Programas de Educación Primaria", producida por el Ministerio de Educación Pública, Supervisión General de Enseñanza. Sección de Publicaciones, 1964.

APENDICE Nº2

ALGUNOS JUICIOS ACERCA DE SI LOS ESTUDIANTES INVESTIGADOS DEBEN O NO ESTAR EN CAPACIDAD DE CONTESTAR CORRECTAMENTE LAS PREGUNTAS DE LA PRUEBA

Muy estimado Don Víctor:

He revisado muy cuidadosamente las preguntas sobre matemáticas elementales del nivel primario que usted me envió. Creo que el cuestionario está bien planteado y que las preguntas son generales y sobre conocimientos básicos para la vida diaria. Confieso que no conozco los programas de matemáticas para la escuela primaria pero creo que todo niño debería tener, al concluir ese ciclo, los conocimientos para contestar con toda facilidad y rapidez las preguntas formuladas.

Le agradezco su deferencia al consultarme sobre este asunto y aprovecho esta oportunidad para saludarlo y suscribirme su atento y seguro servidor,

(f.) RODRIGO GUTIERREZ SAENZ
Decano
Facultad de Medicina

Estimado señor Profesor:

Contesto con mucho gusto su atenta nota de 2 de octubre manifestándole que, en mi opinión, todas las preguntas contenidas en la hoja anexa a su carta deben poder ser contestadas por quien posea el certificado de conclusión de estudios primarios en Costa Rica. Ello no sólo porque los programas hacen posible que el estudiante adquiera los conocimientos y habilidades necesarios para ello, sino porque nuestro ordenamiento legal relativo al caso indica:

"El mínimun de conocimientos y requisitos necesarios para la obtención del certificado de conclusión de estudios primarios será el siguiente:
a).....
b) Dominar las cuatro operaciones fundamentales con números enteros y fracciones decimales, hasta donde sea necesario para resolver los problemas que ofrecen las actividades de la vida diaria. Saber aplicar los conocimientos adquiridos a problemas sencillos de interés, de descuento y repartimientos proporcionales. Conocer y saber aplicar las fórmulas que determinan las superficies de triángulos y cuadriláteros, del círculo y de los polígonos regulares, así como los volúmenes del cubo, del prisma y del cilindro".
(Siguen c)...d)...e)...f)... y g)...
(Artículo 19 del Código de Educación).

Aunque no me lo pregunta, para mejorar la labor escolar hacen falta dos asuntos esenciales: mejorar los programas y el plan general de preparación de maestros y realizar verdadera inspección constante de la labor escolar.

Lo saluda con aprecio y queda a sus órdenes.

(f.) GUILLERMO MALAVASSI V.

Estimado don Víctor:

Aviso recibo de su carta del 2 de los corrientes, en la cual consulta cuáles de las preguntas que acompañan la misma deben ser contestadas correctamente por un costarricense poseedor del certificado de conclusión de estudios primarios.

Sobre el particular me es grato informarle que he leído detenidamente todas las preguntas y he encontrado que, de acuerdo con los programas de Matemática vigentes en nuestro país, todas las preguntas deben ser contestadas correctamente por quienes hayan aprobado los estudios primarios en las escuelas de Costa Rica.

Con distinguida consideración me suscribo de usted muy atento servidor,

(f.) JORGE SALAS G.
Profesor Titular de la Cátedra de
Matemática en la Escuela Primaria

Estimado Profesor:

Con sumo agrado contesto su nota del 6 de setiembre p.p.

Al respecto debo manifestarle que es mi criterio que un alumno al terminar el VI grado debe estar en capacidad de contestar todas las preguntas del ejercicio a que Ud. hace referencia.

La única que podría no ser contestada es la N°26 por no aparecer en el programa de las escuelas primarias la "regla de tres inversa".

Sin embargo, si se ha estimulado el razonamiento de los estudiantes, podrán resolverla también.

Esperando quede satisfecho con mi respuesta, me es grato saludarlo atentamente,

(f.) ANGELA SOTO ARROYO
Profesora de Matemática
Escuela Normal, Heredia

Estimado Profesor:

En atención a su atenta carta del 2 de presente, me permito dirigirle la presente con el fin de dar respuesta a su consulta.

Revisadas todas las preguntas que contiene el documento, sobre el cual Ud. hace la consulta y de acuerdo con los contenidos programáticos de la Educación Primaria en Costa Rica, es mi opinión que cualquier persona que halla obtenido la Conclusión de Estudios Primarios, debe de estar en la posibilidad de dar respuesta acertada a todas y cada una de las preguntas que contiene el mencionado documento.

Sin otro particular y en espera de que la presente satisfaga su consulta me es muy grato reiterarme con atenta consideración como su servidor.

(f.) MOISES BEFELER T.
Profesor de Matemática
Facultad de Educación
Universidad de Costa Rica

Estimado Profesor:

Me complace mucho acusarle recibo de su nota fechada el 10 de agosto de 1971 y contestar a la pregunta que usted me hace en la misma, de la siguiente manera:

Estimo que si el proceso enseñanza–aprendizaje ha sido desarrollado en "condiciones normales" tanto por el alumno como por el educador, un costarricense que posea el certificado de "Conclusión de Estudios Primarios" DEBE PODER contestar a las preguntas que usted tuvo la gentileza de enviarme presentadas en forma de examen. Asimismo deseo agregar que los contenidos incluidos en la prueba se ajustan a los programas que a la fecha están vigentes.

Sin otro particular, presenta a usted sinceras muestras de consideración,

(f.) MARVIN HERRERA ARAYA
Asesor de Matemática de
Educación Primaria

Estimado señor:

Me es grato contestar su atenta carta con fecha 12 de agosto, en la que me solicita opinión sobre

si un alumno costarricense al terminar su primera enseñanza se encuentra capacitado para contestar correctamente los problemas y ejercicios que usted tuvo a bien enviarme.

Considero que todo costarricense que haya obtenido el certificado de estudios primarios, debe ser capaz de resolver los problemas y ejercicios que usted adjunta.

De usted muy atentamente se despide su servidor,

(f.) FRANCISCO JIMENEZ
Asesor de Matemáticas

Estimado señor:

Según mi opinión un alumno costarricense que tenga el certificado de conclusión de estudios primarios debe estar en condiciones de contestar todas las preguntas de su cuestionario.

Atentamente,

(f.) F. J. RAMIREZ B.

Estimado señor:

He analizado los temas de matemáticas con los cuales usted hace una investigación sobre los conocimientos de estudiantes de distintos niveles y alumnos de diferentes centros educativos, y considero que esos estudiantes deberían haber tenido preparación suficiente para conocerlos. Es probable que el resultado final de la investigación demuestre que existen grandes defectos en la enseñanza de las matemáticas y que es necesario y urgente plantear soluciones al problema –que no es nuevo– pero que usted por primera vez lo demostrará en forma inobjetable.

Sinceramente lo felicito por la labor que se ha propuesto, y a no dudar los resultados que obtenga de su investigación serán de gran valor para analizar los sistemas actuales de enseñanza de las matemáticas y proponer modificación de los mismos.

El resultado de su estudio debería conocerse en las distintas unidades académicas que tengan que ver con la enseñanza y con las matemáticas para que se propongan los cambios necesarios para mejorar la calidad de la enseñanza impartida y adquirida.

Creo que es obligación y en parte responsabilidad de la Universidad de Costa Rica mejorar al personal docente en servicio y cooperar activamente con el Ministerio de Educación para sugerir a los maestros y profesores nuevos métodos de enseñanza, de evaluación e instruirlos en matemáticas en aquellos casos donde la instrucción enviadas por correspondencia permitiriían hacer llegar a los maestros observaciones oportunas sobre la metodología de la enseñanza y un Centro de orientación o Comisión especial podría recibir de parte de los maestros las consultas que tengan esos maestros en la compleja tarea de la enseñanza.

Ruego a usted disculpar por lo extenso de la comunicación, pero el tema que usted aborda es tan importante y revelador que considero sería ingrato que el resultado de la investigación terminara con un trabajo impreso archivado en oficinas o bibliotecas. Este tipo de investigaciones deben originar la reacción positiva de las unidades encargadas de evaluar los resultados de la cuantiosa inversión de esfuerzos y recursos que hace el Estado costarricense en Educación.

Sin otro particular por el momento, aprovecho la oportunidad para repetirme de usted como su amigo y servidor,

(f.) Ing. WALTER SAGOT CASTRO
Decano
Facultad de Ingeniería

BIBLIOGRAFIA

LIBROS

Ayala, F., *La crisis actual de la enseñanza,* Nova, Buenos Aires, 1958, 74 páginas.

Cipolla, C., *Educación y desarrollo en Occidente.* Ediciones Ariel, Barcelona, 1970, 168 páginas.

Cortés Chacón, Rafael. *Panorama de noventa y nueve años de educación gratuita y obligatoria,* Depto. de Publicaciones, Universidad de Costa Rica, San José, 1964, 242 páginas.

CSUCA. *El sistema educativo en Costa Rica, situación actual y persepectivas,* Depto. de Publicaciones, Universidad de Costa Rica, San José, 1964, 287 páginas.

Dirección General de Estadística y Censos: *Anuario Estadístico de Costa Rica, 1970,* Ministerio de Economía y Comercio, San José, Costa Rica, 1972, 287 páginas.

Gutiérrez Sáenz, R., *La patria que no conocemos,* Depto. de Publicaciones, Universidad de Costa Rica, San José, 1970, 58 páginas.

I.E.C.E.S. *Informe General sobre las condiciones de la infancia, la juventud y la familia en Costa Rica,* Depto. de Publicaciones, Universidad de Costa Rica, San José, 1971, 88 páginas.

Instituto de Investigaciones Psicológicas. *Los estudiantes y el examen de admisión,* Depto. de Publicaciones de la Universidad de Costa Rica, San José, publicaciones de 1964, 1966, 1968 y 1970.

Ministerio de Educación Pública. *Planeamiento del desarrollo Educativo.* Tomo I "Diagnóstico"; Tomo II "Los grandes objetivos", Tomo III "Programación", San José, Costa Rica, 1971.

Primera Asamblea Centroamericana de Población. *Población y recursos en Centro América, El desafío del siglo XX.* Editores: Dr. Rodrigo Gutiérrez y Dr. F. Rath, Universidad de Costa Rica, San José, 1969, 354 páginas.

Rickover, H.G. *American Education, A National Failure* Dutton, New York, 1963, 502 páginas.

Romero Lozano S. y Ferrer Martin S., *Planeamiento de la Educación,* Editorial Universitaria S.A., Santiago de Chile, 1968, 148 páginas.

Schultz Theodore W. *Valor económico de la educación,* UTEHA, 1968, 190 páginas.

Unión Panamericana, Secretaría General. *Investigaciones educativas en América*, Reseña Analítica Nº2 Washington, D.C., 1967, 67 páginas.

Vaizey, John. *La educación en el mundo moderno.* Ediciones Guadarrama, Madrid, 1967, 252 páginas.

DOCUMENTOS PUBLICOS

Ministerio de Educación Pública, Oficina de Planeamiento Integral de la Educación. Unidad de Estadística: "Centros de Educación de Costa Rica", Ministerio de Educación Pública, San José, 1970.

Primer Simposio sobre problemas de la educación costarricense: Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica, varios documentos, 1969.

REVISTAS

Chaverri P., J. Ma. *"Los problemas artiméticos en la Escuela Primaria"*, Revista de ANDE, agosto–setiembre, 1964.

Hernández Ruiz, S. *"Los niveles de rendimiento exigibles en los distintos grados de la Escuela Primaria"*. Revista EDUCACION, San José, setiembre–diciembre de 1961.

Quesada Hernández, Estela. *Cuadro desolador de nuestra enseñanza* ,Revista de EDUCACION, noviembre–diciembre 1959.

Wilson, Sloan. *"Crisis in Education, It's time to close the carnival"* revista Life Internacional, 12 de mayo de 1958.

PUBLICACIONES INEDITAS

Lemke, Donald A. *"Estudio preliminar de algunos factores de calidad de la enseñanza, tomando en cuenta el status del maestro costarricense"*, San José, Costa Rica, junio 1966.

Moya Ramírez de Garofalo, Ana L. *"Resolución de problemas aritméticos en tercer año de secundaria (tercer ciclo)"*, trabajo de investigación presentado ante la Escuela Normal Superior para optar al título de Profesora de Estado en la especialidad de Matemática. San José, Costa Rica, julio 1972, 43 páginas.

Impreso en el Departamento de Publicaciones de la Universidad de Costa Rica en el mes de abril de 1974. Su edición consta de 2.500 ejemplares.
Ciudad Universitaria "Rodrigo Facio"
Costa Rica, América Central

Los artículos que se publican en esta Revista aparecen catalogados en el índice de las siguientes publicaciones:

HISTORICAL ABSTRACTS

AMERICA: HISTORY AND LIFE.

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
3 0112 125170321

Impreso en el Departamento de Publicaciones de la Universidad de Costa Rica